

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET U ZAGREBU

ŠANTIĆ ANTE

PRIMJENA PARAMETARSKOG POJAČALA  
U PODRUČJU NISKIH FREKVENCIJA

DOKTORSKA DISERTACIJA

ZAGREB, 1966.

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET U ZAGREBU

ŠANTIĆ ANTE

PRIMJENA PARAMETARSKOG POJAČALA  
U PODRUČJU NISKIH FREKVENCIJA

DOKTORSKA DISERTACIJA

KNJIŽNICA  
Elektrotehničkog fakulteta  
ZAGREB

ZAGREB, 1966.

4742/1

hf- 487



KNJIŽNICA  
ELEKTROTEHNIČKOG FAKULTETA  
ZAGREB

Inv. br. 4742/1

Sign: hf- 487

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET U ZAGREBU

Doktorska disertacija br.36

Autor: ŠANTIĆ ANTE, dipl.ing., Zagreb

Naslov: "Primjena parametarskog pojačala u području niskih frekvencija".

Disertacija: predana dne 10.III.1966.

Disertacija obranjena pred komisijom u sastavu:

Doc.dr. Stanko Turk

Red.prof.dr. Tihomil Jelaković

Hon.doc.dr. Veljko Radeka

Red.prof.dr. Danilo Blanuša

Izv.prof. Vinko Albert

Disertacija obranjena dne 3.VI.1966.

Zagreb, 1966.

## PREDGOVOR

Ova radnja je rezultat jednog dijela istraživanja na području registracije napona različitih bioloških aktivnosti, kojima se posljednjih šest godina bavi Laboratorij za elektroniku Instituta za elektroprivredu u Zagrebu.

Teoretske postavke provjerene eksperimentalnim putem, iznesene u ovoj radnji, služile su za izradu prototipa i kasnije serije pretpojačala elektroencefalografskih kanala.

Upravi Instituta za elektroprivredu zahvaljujem na razumijevanju i finansiranju izrade i opreme ove radnje, kao i svima onima koji su mi pri toj izradi pomagali.

Autor

U Zagrebu, veljače 1966.

S A D R Ž A J

	Strana
1. U V O D . . . . .	2
2. SVOJSTVA I MOGUĆNOSTI PARAMETARSKIH POJAČALA . .	2
2.1. Tipovi parametarskih pojačala u području visokih frekvencija .....	6
2.2. Mogućnosti u području niskih frekvencija ..	10
2.3. Nelinearna reaktancija .....	14
3. OSNOVNE JEDNADŽBE NISKOFREKVENTNOG PARAMETARSKOG POJAČALA . . . . .	18
3.1. Općenito .....	18
3.2. Osnovne jednadžbe .....	19
3.3. Smisao kaskadiranja .....	35
4. ANALIZA NISKOFREKVENTNOG PARAMETARSKOG SISTEMA . .	52
4.1. Opći izraz pojačanja snage .....	52
a) 1.slučaj	
b) 2.slučaj	
c) 3.slučaj	
4.2. Gornja granična frekvencija .....	66
4.3. Granice maksimalnog pojačanja .....	68
4.4. Stabilitet .....	80
4.5. Faktor šuma .....	81
4.6. Faktor rejekcije .....	86
5. AMPLITUDNO-FREKVENCIJSKA KARAKTERISTIKA NISKOFREKVENTNOG PARAMETARSKOG POJAČALA . . . . .	89
6. IZVEDBA I REZULTATI MJERENJA . . . . .	100
7. ZAKLJUČAK . . . . .	100
LITERATURA . . . . .	112

## 1.- U V O D

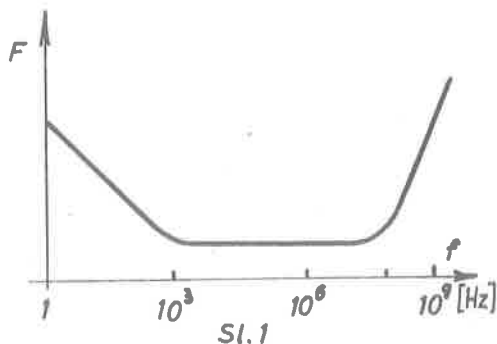
Parametarska pojačala predstavljaju klasu pojačala kod kojih se pojačanje ostvaruje mješanjem dvaju napona različitih amplituda i frekvencija na nelinearnoj reaktanciji. Neki autori, ponajčešće u njemačkoj literaturi, u ovu klasu pojačala uključuju i sklopove sa nelinearnim "negativnim" otporom (Tunel diode), zbog njihove mogućnosti pojačanja, a parametarska pojačala sa isključivo nelinearnim reaktancijama zovu reaktancijska pojačala. Iz navedenih razloga, zbog necjelovitosti podjele kod nelinearnih otpora, zgodnije je zadržati naziv parametarska pojačala samo za slučajeve mješanja na nelinearnim reaktancijama kao što je to učinjeno u angloameričkoj i ruskoj literaturi. U angloameričkoj literaturi ovaj tip pojačala se pojavljuje još i pod imenom "MAVAR".

Iako su neki problemi nelinearnih mehaničkih sistema bili nađeti još u prošlom stoljeću (Lord Rayleigh), a na područje elektrotehnike počeli su se primjenjivati 30-tih godina ovog stoljeća (Hartley 1936), tek se može reći da su nastali prvi značajniji radovi na području parametarskog pojačanja nakon II Svjetskog rata (North, Manley-Peterson, van der Ziel, obzirom na šum itd.). Relacije koje daju sasvim općenito raspodjelu snaga na pojedinim frekvencijama nelinearnog sistema na osnovu kojih se mogu ustanoviti različite mogućnosti rada, pojačanje i stabilnost parametarskih pojačala može se smatrati najznačajnijim radom na ovom području, a dali su ga Manley i Rowe god. 1956. [1, 2]. Ipak prva praktički realizirana parametarska pojačala u području visokih frekvencija susrećemo tek 1958 i 1959. Ovo zakašnjenje može se svakako djelom pripisati nepostojanju povoljnih nelinearnih elemenata. Kao prvi su našli primjenu elementi sa nelinearnom induktivnošću, a zatim, znatno povoljniji, elementi sa nelinearnom kapacitivnošću. Pod pojmom nelinearnih kapacitivnosti podrazumjeva se ona kapacitivnost kod koje je naboj  $Q$  nelinearna funkcija napona  $Q = f(U)$ , zato je najpovoljnije ovu kapacitivnost  $C$  izražavati diferencijalnim kvocijentom  $C = \frac{dq}{dU}$  za neku vrijednost prednapona  $U_0$ .

Osnovna karakteristika parametarskih pojačala je u iskorištavanju nelinearne reaktancije za pojačanje, koja sama po sebi nije izvor šuma, pa ovakova pojačala kao osnovnu odliku imaju vrlo mali vlastiti šum (mali faktor šuma). Poznato je, naime, da faktor šuma pojačala za frekvencije iznad 100 MHz neprekidno raste i znatno ograničava osjetljivost ovakovih

pojačala u području vrlo visokih frekvencija. Zahvaljujući parametarskim pojačalima, koja zbog malog faktora šuma omogućuju povećanje osjetljivosti prijemnika, stvorene su mogućnosti, da se povećaju dužine veza na visokim frekvencijama i za 2 do 3 puta, da se poveća "vidokrug" djelovanja radara, zatim je postignut nagli razvitak u radioastronomiji (Radioteleskopi, radiometrija), upravljanja satelitima itd. Ipak parametarska pojačala u području visokih frekvencija predstavljaju skupo rješenje, koje se isplati primjenjivati samo kod skupljih profesionalnih uređaja.

No osim područja visokih frekvencija (>100 MHz), još je vrlo interesantno područje sasvim niskih frekvencija, gdje je faktor šuma pojačala relativno visok i raste obrnuto proporcionalno sa frekvencijom. To vrijedi za područje frekvencija nižih od nekih 10 kHz [15]. Faktor šuma pojačala u području od 10 kHz do 100 MHz je dosta nizak, pa primjena parametarskih pojačala nema opravdanja. Na sl.1. dat je kvalitativan prikaz faktora šuma u širokom području frekvencija.



Kod elektronskih cijevi u niskofrekventnom području je dominantan šum od flicker-efekta (excess noise) kojega je kvadrat srednje struje šuma dan izrazom:

$$i_f^2 = K \frac{I_a^a}{f^b} df, \quad (1-1)$$

gdje je  $a \doteq 2$ ,  $b \doteq 1$ .  $I_a$  ovdje pretstavlja anodnu struju. Granica kod koje šum od flicker-efekta postaje veći od šuma od efekta sačme ovisi od upotrebene elektronske cijevi, a kreće se u granicama od 1000 Hz do 10000 Hz. Ova vrsta šuma još je više izražena kod tranzistora pa je njihova primjena u području vrlo niskih frekvencija još više ograničena, isključujući ovdje field-effekt tranzistore, koji u novije vrijeme sve više prodiru, i čiji je šum niži od šuma elektronskih cijevi.

Kod mnogih elektronskih cijevi (istog tipa) možda je još značajniji šum koji je posljedica struje rešetke. Za ovaj šum se može kazati, da je veći od šuma zbog efekta sačme i termičkog šuma u području frekvencija ispod 1 MHz, odnosno u području gdje je vrijeme proleta pozitivnih iona zanemarivo [15]. Ovaj šum je posljedica fluktuacije struje elektrona i pozitivnih iona u krugu rešetke elektronske cijevi. Da bi



ova struja bila što manja, potrebno je da se režim rada elektronske cijevi što više približi elektrometarskom režimu tj. da se smanji anodni napon odnosno struja žarenja.

Šum od struje rešetke najviše dolazi do izražaja u prvih 100 h pogona elektronske cijevi, zbog otpuštanja apsorbiranog plina. Tako je autor ovoga rada konstatirao, da je u prvih 100 h rada trebalo izmjeniti 54 elektronske cijevi na ulazu u 96 pojačala zbog nedozvoljeno velikog šuma. Zato je potrebno kod ovakvih pojačala izvršiti izbor elektronskih cijevi koje će imati šum rešetke što manji. Ovo se može konstatirati mjerenjem struje rešetke.

Prema sadašnjem stanju tehnike elektronskih cijevi može se kazati, da je nemoguće mjeriti napone manje od  $10 \mu\text{V}$  sa odnosom signal šum boljim od 4 puta u području frekvencija od 0 do 100 Hz, a isto tako elektronska cijev pretstavlja neprekidnu latentnu mogućnost povećanja šuma i u svom daljnjem pogonu.

Na osnovu ovoga vidi se korisnost uvođenja parametarskog pojačala i u niskofrekventno područje kod gradnje osjetljivih pojačala. Parametarska pojačala o kojima je u ovoj radnji riječ zvat ćemo niskofrekventna parametarska pojačala za razliku od parametarskih pojačala na visokim frekvencijama. Pod niskim frekvencijama ovdje se podrazumjeva dio spektra frekvencija od 0 Hz do oko 20 kHz. Obzirom na ono što je u ovoj radnji izloženo može se kazati, da parametarsko pojačalo ima još niz prednosti pred diferencijalnim pojačalom sa elektronskom cijevi i tranzistorom. Ove prednosti možemo rezimirati u slijedećem:

- a) Mali faktor šuma.
- b) Mali posmak (drift).
- c) Mogućnost ostvarenja velikog faktora rejekcije.
- d) Neosjetljivost na udarce i mikrofoniju.
- e) Mogućnost minijaturizacije.
- f) Jednostavnost kod više-kanalnih uređaja.

Neke od navedenih prednosti bit će izložene u daljnjem tekstu, dok ćemo se na neke ukratko osvrnuti ovdje. Faktor rejekcije moguće je ostvariti vrlo veliki, jer je na jednostavan način moguće odjeliti električki pojačala od vanjskih utjecaja među koje spadaju i izvori za napajanje, izlazne i ulazne priključnice i t.d. Neosjetljivost na vibracije proizlazi zbog odsustva elektronske cijevi, koja je inače najosjetljivija na vibracije, dok ostali elementi iz kojih je izgrađeno nisko-

frekventno parametarsko pojačalo su neosjetljiviji na udarce i vibracije. Mogućnost minijaturizacije slijedi iz upotrebljenih elemenata, koji su vrlo malih dimenzija (sl.49), a jednostavnost se postiže korištenjem zajedničkog izvora za napajanje (oscilator) kod uređaja sa više pojačala tj. višekanalnih uređaja. (8- do 16-kanalni elektroencefalografi). Ovdje se može napomenuti, da ni pojačala sa elektronskim cijevima nemaju jednostavnije izvore napajanja, jer kod osjetljivih pojačala potrebno je primjeniti elektronske stabilizatore za napajanje (i to dva: za anodni napon i za napon žarenja), koji su složeniji od oscilatora, korištenih u niskofrekventnim parametarskim pojačalima.

Što se tiče mana, može se reći, da su to:

- a) ograničenost frekvencijskog pojasa,
- b) složenost podešavanja,
- c) ograničena mogućnost pojačanja.

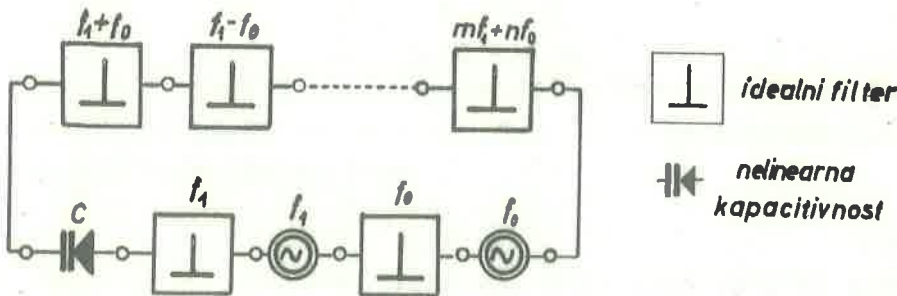
Niskofrekventna parametarska pojačala predstavljaju zapravo širokopojasna pojačala čija je gornja granična frekvencija praktički ograničena na približno 10 kHz. Može se ostvariti širina pojasa i do 100 kHz, ali ovo ide svakako na znatno smanjenje pojačanja, a i na složenije i skuplje pojačalo koje slijedi iza niskofrekventnog parametarskog pojačala pa se na taj način gube i mnoge prednosti ovih pojačala. Kad je niskofrekventno parametarsko pojačalo izvedeno, potrebno je izvršiti podešavanje više titrajnih krugova (oko pet) na odgovarajuće frekvencije, što je svakako nedostatak u usporedbi sa niskofrekventnim diferencijalnim pojačalom. Pojačanje koje se dađe ostvariti parametarskim pojačalom vezano je produktom: pojačanja i širine pojasa. Ovaj produkt može dosegnuti samo ograničenu veličinu; reda veličine oko 100 kHz.

Na temelju dosadašnjih razmatranja izlazi da niskofrekventna parametarska pojačala imaju veliku prednost kod potrebe mjerenja vrlo malih napona niskih frekvencija (< 10 kHz) kao na pr. kod mjerenja napona različitih bioloških aktivnosti (elektroencefalografija, miografija, nistagmografija, retinografija itd.), te uopće kod mjernih uređaja za mjerenje ili indikaciju vrlo malih napona niskih frekvencija.-

2.- SVOJSTVA I MOGUĆNOSTI PARAMETARSKIH POJAČALA

2.1. Tipovi parametarskih pojačala u području visokih frekvencija

Prije nego se upustimo u analizu niskofrekventnog parametarskog pojačala razmotrimo svojstva i podjelu parametarskih pojačala u području visokih frekvencija, gdje je karakteristična mogućnost izdvajanja samo jedne frekvencije. Podjela bazira na raspodjeli snaga na pojedinim mogućim frekvencijama, a na osnovu odnosa snaga na ovim frekvencijama može se zaključiti na različite mogućnosti pojašanja. Sasvim općenita slika jednog parametarskog pojačala dana je na sl.2. Vidimo izvor napona frekvencije  $f_1$  (ulazni signal), zatim izvor uzbudnog napona frekvencije  $f_0$  (uzbudni oscilator, pumpa) te nekoliko idealnih filtera predstavljenih u formi dvopola sa svojstvom, da samo za jednu frekvenciju imaju konačnu imitanciju, dok za ostale frekvencije je njihova imitancija jednaka nuli. Praktički ovaj dvopol je pretstavljen titrajnim krugom, kojega faktor kvalitete  $Q$  mora biti veći od 5.



Sl. 2

Mješanjem napona ulaznog signala frekvencije  $f_1$  i napona uzbudnog oscilatora frekvencije  $f_0$  na nelinearnoj kapacitivnosti (ili induktivnosti) dolazi do stvaranja zbroja  $(f_1+f_0)$  i razlike  $(f_1-f_0)$  njihovih osnovnih frekvencija kao i viših harmoničkih  $(mf_1+nf_0; mf_1-nf_0)$ . Odnosi snaga na pojedinim dvopolima dani su dvjema Manley-Rowe-ovim relacijama [1, 2]

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{m P_{m,n}}{mf_1 + nf_0} = 0 \quad (2-1)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n P_{m,n}}{mf_1 + nf_0} = 0 \quad (2-2)$$

Ovdje je  $m$  i  $n$  bilo koji cijeli broj, a  $P_{m,n}$  snaga na odgovarajućem dvopolu. Krivulja koja aproksimira nelinearnu kapacitivnost može biti bilo kakvog oblika, ali jednoznačna. Ukoliko opisuje petlju histerese ova može biti najviše dvoznačna. Kako je radi što većeg pojačanja snage potrebno, da se postigne što veći omjer snage na izlazu prema onoj na ulazu u pojačalo, to rad na višim harmonikama ( $mf_1 + nf_0$ ) koji daju manje snage nije interesantan (jedino u slučaju generatora harmonika), prema tome dolaze u obzir samo frekvencije  $f_0$ ,  $f_1$  i  $f_1 + f_0$  te  $f_1 - f_0$ , odnosno samo vrijednosti  $-1$ ,  $0$  i  $+1$  za veličine  $m$  i  $n$ . Iz prve Manley-Rowe-ove jednadžbe izlazi, da  $m$  može imati samo vrijednost  $+1$  (nula nema smisla, jer se član poništava), dok  $n$  može imati sve tri vrijednosti pa je

$$\frac{P_{1,0}}{f_1} + \frac{P_{1,1}}{f_1 + f_0} + \frac{P_{1,-1}}{f_1 - f_0} = 0,$$

odnosno uz  $f_1 < f_0$  izlazi

$$\frac{P_{1,0}}{f_1} + \frac{P_{1,1}}{f_1 + f_0} - \frac{P_{1,-1}}{f_0 - f_1} = 0.$$

Ako označimo ulaznu snagu  $P_{1,0}$  sa  $P_1$ , snagu  $P_{1,1}$  na dvopolu uskladjenom na zbroj frekvencija sa  $P_+$ , a snagu na razlici frekvencija  $P_{-1,1}$  sa  $P_-$ , može se jednadžba napisati

$$\frac{P_1}{f_1} + \frac{P_+}{f_0 + f_1} - \frac{P_-}{f_0 - f_1} = 0. \quad (2-3)$$

Isto tako iz druge Manley-Rowe-ove jednadžbe izlazi, da je moguća i da ima smisla vrijednost za  $n = 1$ , dok  $m$  može poprimiti sve tri vrijednosti što daje definitivno

$$\frac{P_0}{f_0} + \frac{P_+}{f_0 + f_1} + \frac{P_-}{f_0 - f_1} = 0. \quad (2-4)$$

Ovdje  $P_0 = P_{0,1}$  pretstavlja snagu, koju daje uzbudni generator na frekvenciji  $f_0$ .

U području visokih frekvencija najčešće se izvode parametarska pojačala koja koriste samo jedan bočni pojas, bilo onaj sa zbrojem, ili onaj sa razlikom frekvencija. Prema tome takova pojačala rade na tri različite frekvencije: frekvenciji signala  $f_1$ , frekvenciji uzbudnog oscilatora  $f_0$  i frekvenciji zbroja ili razlike. Zato se takova parametarska pojačala i zovu trofrekvencijska. (Prema ruskoj literaturi bi se zvala dvofrekvencijska, jer se ne računa frekvencija uzbudnog oscilatora).

U ovom slučaju u jednadžbama (2-3) i (2-4) otpada jedan član za onaj bočni pojas za koji ne postoji uskladjeni dvopol (filter). Koristeći na ovaj način modificirane jednadžbe (2-3) i (2-4)

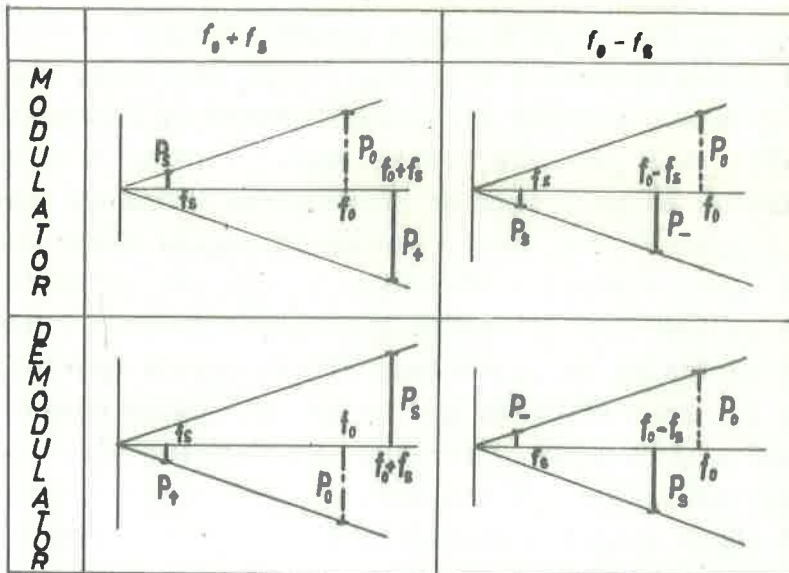
$$\frac{P_0}{f_1} + \frac{P_+}{f_0 + f_1} = 0, \quad (2-5)$$

$$\frac{P_0}{f_1} - \frac{P_-}{f_0 - f_1} = 0, \quad (2-5b)$$

$$\frac{P_0}{f_0} + \frac{P_+}{f_0 + f_1} = 0, \quad (2-5a)$$

$$\frac{P_0}{f_0} + \frac{P_-}{f_0 - f_1} = 0, \quad (2-5c)$$

može se prikazati odnos snaga dijagramom [8] na sl.3.



Sl.3

Iz ova četiri slučaja izlaze dvije osnovne podjele parametarskih pojačala i to: na parametarska pojačala, koja koriste zbroj frekvencija, skraćeno: parametarska pojačala sa zbrojem frekvencija i pojačala koja koriste razliku frekvencija, skraćeno: parametarska pojačala sa razlikom frekvencija. Budući da zbroj frekvencija odgovara gornjem bočnom pojasu a razlika donjem bočnom pojasu, to bi se ovaj tip parametarskih pojačala mogao zvati p. pojačalo sa gornjim, odnosno donjim bočnim pojasom. Za prvi slučaj nalazimo u stranoj literaturi: <sup>na zbiru</sup> upper-sideband converters, noninverting case convertor, Reaktanzverstärker in Gleichlage, odnosno za drugi slučaj: lower-sideband converters, inverting case converters, Reaktanzverstärker in Kehrlage. Druga podjela je izvršena obzirom na frekvencije ulaznog i izlaznog kruga pojačala tj. ako je frekvencija izlaznog kruga veća od frekvencije  $f_1$  ulaznog signala, a to je kod  $f_1 < f_0$ , onda je to parametarsko pojačalo izvedeno kao modulator (Modulator, up-converter). Izlazna frekvencija je zbroj ili razlika frekvencija. U protivnom ukoliko je ulazni signal veće frekvencije i odgovara zbroju ili razlici frekvencija, a izlazni krug s kojega "uzimamo" izlazni napon je na nižoj frekvenciji  $f_1$ , onda govorimo o parametarskom pojačalu izvedenom kao demodulator (Demodulator, down-converter) (sl.3). Kod svih sada opisanih pojačala vidi se, da je izlazni signal različite frekvencije

od ulaznog. Zato se cijela ova klasa parametarskih pojačala može nazvati: parametarska pojačala sa transpozicijom frekvencije (convertors, usiljitelji preobrazovatelji).

Na osnovu prikazanih odnosa snaga može se zaključiti da modulatori omogućuju pojačanje snage, jer je i u slučaju modulatora sa zbrojem i modulatora sa razlikom frekvencija izlazna snaga veća  $P_+ > P_1$  i  $P_- > P_1$ . Kako je i jedna i druga izlazna snaga  $P_+$  i  $P_-$  protivnog predznaka od snage uzbuđenog oscilatora, to znači, da se na izlaznim titrajnim krugovima troši snaga oscilatora. Ista je situacija i kod ulaznog kruga modulatora sa razlikom frekvencija u kojem slučaju teče energija iz oscilatora i u ulazni krug na frekvenciji  $f_1$ . Kako je snaga vanjskog oscilatora (ulazna snaga) uvijek pozitivna, to izlazi da se snaga  $P_1$  oduzima od ulazne snage i da se na taj način iz uzbuđenog oscilatora privodi energija koja nadoknađuje gubitke ulaznog kruga. Kada izvana privodena energija postaje jednaka energiji  $P_1$ , dolazi do samooscilacija. Ovaj slučaj zapravo pretstavlja pozitivnu povratnu vezu, što znači, modulator sa razlikom frekvencija pretstavlja pojačalo kojim se može postići povoljni veliko pojačanje. Iz navedenih razloga ovo je pojačalo nestabilno. Dovodjenje energije iz uzbuđenog oscilatora može se prikazati negativnim otporom u ulaznom krugu. Zato ovakav tip pojačala se naziva regenerativnim pojačalom ili pojačalom sa negativnim otporom. Parametarsko pojačalo sa zbrojem frekvencija unosi u ulazni krug pozitivnu snagu t.j. dodatno se prigušuje ulazni krug na račun energije koja se privodi oscilatoru. Znači ulazni krug je još više prigušen nego što ga prigušuju njegovi vlastiti gubici isto kao da se u ovom slučaju uvodi u ulazni krug jedan (pozitivni) otpor. Ovaj slučaj odgovara pozitivnoj povratnoj vezi. Ovakovo pojačalo za razliku od prvog je stabilno i ima širi frekvencijski pojas. S druge strane njegova mogućnost pojačanja snage je ograničena i data prema relaciji (2-5) izrazom  $\frac{P_t}{P_3} = \frac{f_1 + f_2}{f_1}$ .

Demodulator pretstavlja mnogo manje interesantan slučaj. Kod ovog tipa pojačala dolazi uvijek do smanjenja izlazne energije, dakle ovo pojačalo ne pojačava, nego guši ulazni signal. Ipak u slučaju demodulatora sa razlikom frekvencija može doći do samooscilacija, jer je snaga privodena ulaznom krugu negativna. Demodulator nema šire primjene kao parametarsko "pojačalo", jedino u sklopu sa modulatorom, kada čini jedan recipročni parametarski sistem [4]. Za naša daljnja razmatranja obzirom na

niskofrekventna parametarska pojačala, ovaj tip parametarskog pojačala nema nikakvog značenja.

Osim navedenih tipova postoji još tip parametarskog pojačala koji koristi negativni otpor ulaznog kruga kao mogućnost smanjenja gubitaka i na taj način ostvarenja pojačanja. Kod ovog tipa ulazni krug je u isto vrijeme i izlazni. Redovito radi sa cirkulatorom ili izolatorom, da se osujete refleksije odnosno utjecaj ulaza na izlaz [36]. Koristeći cirkulator koji dozvoljava signalu da se rasprostire samo u jednom smjeru i ovakav tip parametarskog pojačala može biti stabilan. Budući da u ovom slučaju ne dolazi do transpozicije ulazne frekvencije, nego je ona istovremeno i izlazna, mogu se ova pojačala nazvati direktnim (Geradeausverstärker). Ovaj tip pojačala također ne daje nikakvu mogućnost iskorištavanja u području niskih frekvencija. Prvo iz razloga nemogućnosti izvedbe adekvatnog neregipročnog četveropola (izolatora) u području niskih frekvencija, a drugo što bi se negativni otpor mijenjao proporcionalno frekvenciji ulaznog signala.

Degenerativno parametarsko pojačalo, koje se izvodi sa svega jednim titrajnim krugom, predstavlja specijalni slučaj "degeneriranog" modulatora sa razlikom frekvencija kod kojega je ulazna frekvencija  $f_1$  jednaka razlici frekvencija  $f_0 - f_1$  tj. frekvenciji donjeg pojasa. Ovaj slučaj nastaje kad je frekvencija uzbuđenog oscilatora  $f_0$  dvostruko veća od ulazne frekvencije  $f_0 = 2 f_1$ . Iako ovaj tip parametarskog pojačala ima veliko značenje kod visokih frekvencija, on je bez značaja za primjenu u području niskih frekvencija, što je očito.

U području visokih frekvencija katkad se koriste i četverofrekvencijska pojačala, t.j. kada postoje dva titrajna kruga: jedan na razlici, a jedan<sup>na</sup> zbroju frekvencija, gdje se uzima izlaz sa jednog od titrajnih krugova. Ovaj tip pojačala spada u klasu modulatora i poboljšava mu svojstva obzirom na stabilnost, ali također nema značaja kod niskih frekvencija, gdje je nemoguće razlučivanje zbroja od razlike frekvencija, jer je ulazna frekvencija vrlo niska.-

## 2.2. Mogućnosti u području niskih frekvencija

Čitav ovaj pregled dat je da se uoče sve moguće kombinacije koje proizlaze na osnovu Manley-Rowe-ovih jednažbi uzimajući u obzir samo dvije nezavisne frekvencije  $f_1$  i  $f_0$  koje mogu poprimiti vrijednosti po

volji i dvije frekvencije pretstavljene zbrojem i razlikom ovih. Više harmoničke nisu uzimane u obzir, jer ne doprinose pojačanju. Osim toga dosadašnji prikaz je imao i svrhu uvođenja nove terminologije, koja na ovom području nije utvrđena, a potrebna je i radi fiksiranja izvjesnih pojmova potrebnih u daljnjem izlaganju.

U području niskih frekvencija ne postoji ona mogućnost kombinacija kao u području visokih frekvencija iz razloga što frekvencija signala  $f_1$  ne može poprimiti bilo koju vrijednost, nego samo vrijednost frekvencija od povolji blizu nuli do neke granične frekvencije  $\omega_g$ . Tako proizlazi bitna razlika između niskofrekventnih parametarskih pojačala, koja imaju vrlo široki relativni pojas frekvencija (za istosmjerna pojačala  $1 \infty$ ), od onih na visokim frekvencijama, koja predstavljaju uskopojasna pojačala (najveća relativna širina pojasa 2 do 3%). U ovome je bitna razlika u tretmanu parametarskih pojačala kod niskih frekvencija prema onima kod visokih, gdje pretpostavljamo na ulazu signal jedne nepromjenljive frekvencije  $f_1$ .

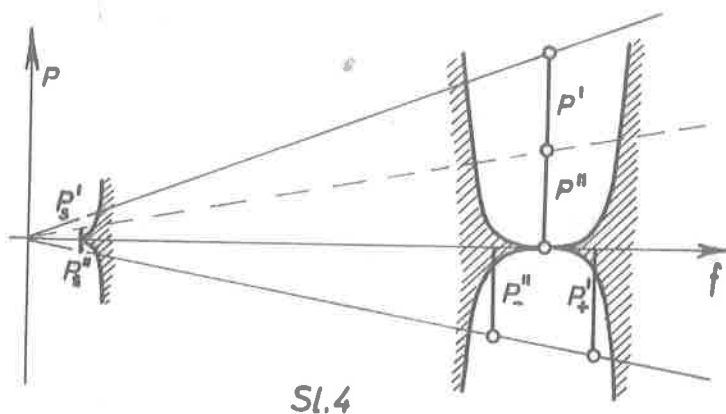
Ako razmotrimo još jednom sve ono što smo dosad rekli, onda vidimo kao prvo, da otpadaju sve kombinacije (demodulator, direktna pojačala, degenerativna pojačala itd.) i da ostaje pažnje vrijedan samo slučaj modulatora. Pustimo li da se frekvencija ulaznog signala sve više smanjuje, to će imati za posljedicu sve više približavanje nastalih zbrojeva i razlika frekvencija frekvenciji uzbuđenog oscilatora. Kako je praktički nemoguće realizirati idealni filter, koji će predstavljati (u našem slučaju) konačni otpor za jednu diskretnu vrijednost frekvencije, dok će za ostale imati vrijednost nula, nego filter koji će imati konačnu impedanciju za napone i u okolišu rezonantne frekvencije, to iz ovoga slijedi, da će na izlazu pojačala biti prisutan kako zbroj, tako i razlika frekvencija. Prema tome, na izlazu pojačala nužno će biti prisutna oba bočna pojasa tj. zbroj i razlika frekvencija. Zbog ovog ograničenja broj kombinacija u području niskih frekvencija se svodi svega na jedan slučaj.

1. Zaključak. Kod vrlo niskih frekvencija moguć je samo slučaj modulatora i to sa zbrojem i razlikom frekvencija bez mogućnosti njihovog razlučivanja, jer niskofrekventna parametarska pojačala su pojačala vrlo širokog relativnog pojasa sa ulaznom frekvencijom povolji bliskoj nuli.-



Budući da je imitancija titrajnog kruga funkcija nesklada, to može doći do isticanja zbroja na račun razlike frekvencija ili obrnuto, što će imati za posljedicu više izražena svojstva modulatora sa zbrojem ili modulatora sa razlikom frekvencija. Na osnovu ovoga kod više izraženog modulatora sa razlikom frekvencija može doći do samooscilacija. Analiza ovog jedinomogućeg slučaja kod vrlo niskih frekvencija biti će provedena u narednim poglavljima gdje će biti doneseni odgovarajući zaključci na temelju onoga što je ovdje samo napomenuto.

Na sl.4. prikazan je netom opisani slučaj niskofrekventnog parametarskog pojačala na dijagramu pretvorbe snaga.



Sl.4

Praktički bi se ovakovo parametarsko pojačalo moglo izvesti tako, da se titrajni krug na ulazu kod dosad razmatranih pojačala zamijeni niskim propustom, a na izlazu ostane titrajni krug ili općenito neka pojaska brana (ili propust). Važno je još napomenuti, da su dobiveni bočni pojasevi međusobno invertirani tako, da je amplitudnu modulaciju moguće ostvariti samo uz izvjestan nesklad.

Ovdje se može konstatirati činjenica, da tipu parametarskog pojačala modulator sa sumom i razlikom frekvencija u njegovoj najjednostavnijoj izvedbi odgovara serijski (ili paralelni) titrajni krug sa nelinearnom reaktancijom i dva izvora: jedan koji predstavlja ulazni signal, a drugi koji predstavlja uzbudni oscilator. Da se u ovom i najjednostavnijem obliku može ostvariti izvjesno malo naponsko pojačanje, poznato je već od ranije, a takovo pojačalo koje je koristilo nelinearnu kapacitivnost zvalo se je "rezonantno dielektričko pojačalo". Rezultati koji su postignuti ovakovim pojačalima bili su dosta slabi, tako da se

poslije nekoliko članaka [5, 6, 7] u 1953., 1954. i 1955. godini o ovima kasnije ništa novo nije pisalo. Ilustracije radi navodi se izvod iz jednog od radova [5] Penneya, Horschla i Sack-a pod naslovom "Dielectric Amplifiers" izašlom u časopisu Transactions of the A.I.E.E. u martu god. 1953., a na str.75.

..... "In experimental work completed thus far the greatest circuit gain observed has been four. This gain was obtained under circumstances which approached the upper limit on operating conditions for the dielectric material. Maintaining the carrier voltage across the non-linear condenser at a more reasonable value has given gains of at least three for the several amplifiers which have been constructed." ....

Naponsko pojačanje od najviše 4 puta, koje je ostvareno navedenim dielektričkim pojačalom svakako je malo, ako se uporedi sa pojačanjem koje daje niskofrekventni parametarski sistem pojačala opisan u ovoj radnji, a koje za zbroj frekvencija može iznositi u optimalnom slučaju i do 70 puta.

Dielektrička pojačala koja nisu rezonantna imaju naponsko pojačanje manje od 1, dok im je pojačanje snage  $>1$ . Interesantno je konstatirati da dielektrička pojačala nigdje u literaturi nisu tretirana na način kao parametarska, makar bi ih morali smatrati jednom vrstom parametarskih pojačala. Dielektrička pojačala su redovito analizirana na bazi njihove diferencijalne jednačbe.

Sam naziv "dielektrička" potiče iz razloga, što se kod njih nelinearna kapacitivnost ostvaruje promjenom dielektrične konstante u ovisnosti o naponu. Potrebno je istaknuti, da su ovdje uzbuđni naponi vrlo veliki (cca 100 V), pa uzevši u obzir i vrlo malo pojačanje, s ovim pojačalima se nebi dao ostvariti dobar faktor šuma (veliki šum uzbuđenog oscilatora). Ova pojačala danas ne nalaze praktičnu primjenu.

Budući se parametarsko pojačalo tipa modulator sa zbrojem i razlikom frekvencija daje prikazati u svojoj najjednostavnijoj izvedbi serijskim titrajnim krugom sa nelinearnim kapacitetom, to se na ovaj način dobivena nelinearna diferencijalna jednačba drugoga reda daje svesti uz pretpostavku ne prevelike uzbude (mali napon uzbuđenog oscilatora) na Mathieu-ovu diferencijalnu jednačbu [30].

Rješenje ove jednačbe u formi Mathieu-ovih ili Besselovih funkcija daje odgovor samo na valni oblik napona, što kod ne prejake uzbude zbog malog odstupanja od sinusoide, nije interesantno. Isto tako tačke

nestabilnosti koje se mogu dobiti iz rješenja nisu od interesa, zbog toga, što se redovito promatra slučaj malih promjena frekvencije oko jedne čvrste frekvencije. Osim navedenog sve kombinacije više krugova sa više kapacitivnosti ne bi se uopće na ovaj način mogle obrađivati, poradi svoje složenosti.

U ovoj radnji služiti ćemo se drugom metodom, koja se primjenjuje u teoriji mješanja [19] i koja omogućava pretvaranje nelinearnog sistema u "kvazilinearan" tj. linearan sistem sa vremenski promjenljivim elementima. Na taj način prelaženjem na linearni sistem, koji istina vrijedi samo za male signale, može se primjeniti teorija četveropola, a na taj način otvara se mogućnost i za rješavanje mnogo kompliciranijih slučajeva.

### 2.3. Nelinearna reaktancija

Pod nelinearnom reaktancijom ovdje podrazumjevamo onu reaktanciju, redovito definiranu diferencijalnim kvocijentom, koja je funkcija napona ili struje. Pri tome je sa teoretskog stanovišta sasvim svejedno, da li razmatramo nelinearnu induktivnost ili kapacitivnost. No obzirom na konkretnu primjenu to nije tako.

Nelinearnu induktivnost može se realizirati na jednostavan način prigušnicom sa željeznom jezgrom. Ovdje je induktivnost funkcija struje koja protječe kroz namotaj. Ovakova nelinearna reaktancija ne bi se dala upotrebiti kod gradnje parametarskih pojačala u području niskih frekvencija i uz zahtjev velikog ulaznog otpora. Kako je potrebno da što veći dio mjerelog napona bude na namotaju nelinearne induktivnosti, a njegova impedancija kod niskih frekvencija je dana praktički otporom namotaja, to je svakako nemoguće postići na ovaj način velike ulazne otpore reda veličine od nekoliko megaoma. Osim toga prigušnica ima daleko veće gubitke od nelinearnih kapaciteta.

Iz navedenih razloga kao nelinearna reaktivnost dolazi u obzir samo nelinearna kapacitivnost. Svojevremeno su se za ovu svrhu koristili kondenzatori sa dielektrikumom od barijevog titanata sa izvjesnim primjesama, kojemu se mijenja dielektrična konstanta u ovisnosti narinutog napona (dielektrička pojačala). Ove promjene mogu biti naročito velike u blizini tačke Curie. No oko ove tačke kapacitet je jako ovisan o promjeni temperature pa je rad pojačala nestabilan. Osim toga potrebno je raditi sa velikim naponima da bi se kapacitet znatnije mijenjao. Tako

za promjenu kapaciteta 1:2 potrebna je promjena napona za cca 50 V.

Korištenjem kapacitivnosti p-n sloja kod poluvodiča u zapornom području, mogu se postići znatno veće promjene kapacitivnosti u ovisnosti o naponu. Promjenom napona u zapornom području dolazi do promjene veličine prostornog naboja s jedne i druge strane p-n sloja, a budući je prostorni naboj pretstavljen prostorno nepomičnim (vezanim uz kristalnu rešetku) davaocima (donors) ili primaocima (acceptors), može do povećanja prostornog naboja doći samo proširenjem područja prostornog naboja, što izlazi na isto kao da su se prostorni naboji u p- i n-sloju međusobno razmaknuli. Kako u području između prostornih naboja ne teče struja, a naboj postoji, to se može u ovakovom stanju poluvodič smatrati "kondenzatorom". Povećanjem negativnog prednapona dolazi do smanjenja kapaciteta ovog "kondenzatora". Kapacitet zbog prostornog naboja je razmjerno jednostavno odrediti iz Poissonove jednačbe za polja sa prostornim nabojima

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (2-6)$$

Kako smjer promjene naboja postoji samo u smjeru x, to izlazi da je

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (2-7)$$

Ovdje je na osnovu rečenog prostorni naboj  $\rho = q \cdot N = \text{konst.}$  i ovisi o broju nosilaca  $N_1$ , dok je  $\epsilon$  dielektrička konstanta poluvodiča (za germanij  $\epsilon = 18$ ). Rješenjem gornje diferencijalne jednačbe dobiva se da je kapacitivnost prostornog naboja

$$C = \frac{B_0}{(\varphi_0 + u)^{\frac{1}{2}}} \quad (2-8)$$

Izvod ovog izraza nije dat, jer se on nalazi u literaturi [20,34]. Ovo vrijedi za "oštre" p-n prijelaze, što je slučaj, ako su oni ostvareni postupkom legiranja. Ukoliko je p-n prijelaz postignut difuzionim postupkom, onda je prijelaz između p- i n-sloja "postepen", pa ga se može u prvoj aproksimaciji smatrati linearnim. U ovom slučaju je veličina prostornog naboja funkcija razmaka x tj.  $\rho = -q \cdot N \cdot x$ , pa rješenje Poissonove jednačbe (2-6) glasi

$$C = \frac{B_0}{(\varphi_0 + u)^{\frac{1}{3}}} \quad (2-9)$$

"Oštri" p-n prijelaz (eksponent  $\frac{1}{2}$ ) je povoljniji zbog veće nelinearnosti sa gledišta ostvarenja većeg pojačanja parametarskog pojačala, dok linearni p-n prijelaz (eksponent  $\frac{1}{3}$ ) omogućava veći faktor kvalitete Q kondenzatora (manje gubitaka).

Autor je prvim eksperimentima koristio kapacitet p-n prijelaza tranzistora OC 71 i OC 72 i to kako između emitera i baze tako i između kolektora i baze. Mjerenje je vršeno tako, da je bilo omogućeno u isto vrijeme dovoditi prednapon i mjeriti struju kroz zaporni sloj. Kako je nelinearna kapacitivnost definirana kod nekog prednapona diferencijalnim

kvocijantom

$$C = \frac{dq}{du} \text{ uz } U_0 = \text{konst,}$$

to su kod mjerenja naponi na kondenzatoru morali biti što manji (100 mV). Rezultati mjerenja dati su u tabeli I.

TABELA I

$U_0$ [V]	0,2	0,5	1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	
$C_x$ [pF]	266	152	102	84	74	67	62,6	57,5	55	1. Tranzistor OC 72 kolektor- baza
$I_0$ [ $\mu$ A]	1,3	2,35	2,73	2,85	2,9	3,0	3,2	3,5	3,5	
$C_x$ [pF]	286	157	111	90	80	72,5	68	60	59,5	2. Tranzistor OC 72 kolektor- baza
$I_0$ [ $\mu$ A]	2,9	5,08	5,32	5,32	5,32	5,43	5,43	5,43	5,44	
$C_x$ [pF]	12500	11500	9800	9000	8400	-	7600	-	6800	Plošica selena <sub>2</sub> 2,5 cm <sup>2</sup>
$I_0$ [ $\mu$ A]	1	-	2	3	4	-	5	-	7,5	

Zbog "oštrog" p-n prijelaza vidimo kod tranzistora veliku razliku između maksimalne i minimalne kapacitivnosti (1:4,83 i 1:4,8) uz promjenu napona od -4 V na -0,2 V, za razliku od selena gdje je ova razlika svega 1:1,84. Pri tome ne smijemo izgubiti iz vida činjenicu, da je kod p-n prijelaza u području napona < 0,3 V postoji već priličan utjecaj difuzione kapacitivnosti. Na samom početku vodjenja diode, dakle za vrlo male struje u propusnom smjeru, može se uzeti da je difuziona kapacitivnost dana izrazom

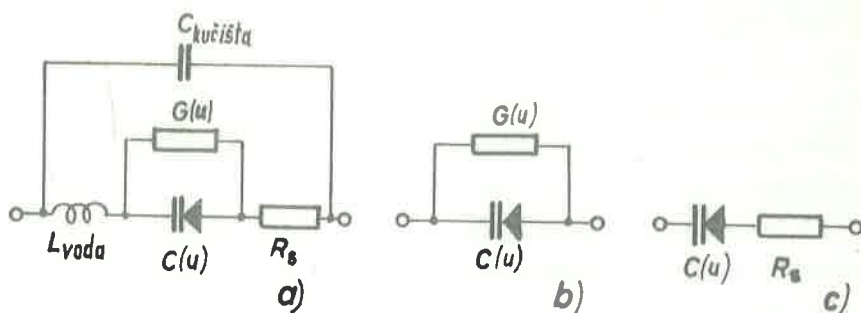
$$C_d = \frac{q}{kT} (I + I_F) \tau_p \quad (2-10)$$

Na osnovu podataka iz tabele I, vidi se, da je istosmjerna struja u nepropusnom smjeru vrlo velika, što onemogućava rad pojačala sa automatskim prednaponom. Osim toga i struje gubitaka su kod izmjeničnog napona velike, što se odražava u malom faktoru dobrote Q. Iz navedenih razloga ulazni otpor pojačala je vrlo mali. Tako je u jednoj izvedbi parametarskog pojačala sa tranzistorima, gdje se je koristio njihov kapacitet kolektor-baza, ulazni otpor iznosio svega oko 100 k $\Omega$ . Kod selena bi ulazni otpor bio još manji. Najbolji rezultati su ostvareni specijalno izvedenim kapacitivnim diodama kao što su: Philipsova BA 102, zatim Telefunkenova BA 124; Definitivni prototip kao i cijela serija ovakvih pojačala je izvedena Intermetallovim kapacitivnim diodama BA 111 i BA 112. Ovih karakteristike nisu date, jer ih daje sama tvornica.

Navedene kapacitivne diode su silicijeve i difuzionoga tipa, pa je

njihov eksponent  $1/3$  i imaju vrlo male struje ( $< 200 \mu\text{A}$ ) kod negativnog prednapona  $-20 \text{ V}$ . Faktor kvalitete  $Q$  im je naročito visok i kod frekvencija oko  $1 \text{ MHz}$  još uvijek premašuje vrijednosti od nekoliko tisuća. Tako u konkretnoj izvedbi kod  $600 \text{ kHz}$  kapacitivna dioda BA 112 ima  $Q > 5000$ , a dioda BA 111 kod  $2,5 \text{ MHz}$  ima  $Q > 3000$ .

Opća ekvivalentna shema kapacitivne diode dana je na sl.5a. Ovaj slučaj vrijedi [samo bez paralelnog otpora  $G(u)$ ] u području vrlo visokih frekvencija. U području frekvencija niskofrekventnog parametarskog pojačala vrijede nadomjesne sheme 5.b i 5.c i to prva (5.b) za područje



Sl.5

frekvencija nižih od optimalne (maks.  $Q$ ), a druga (5.c) za područje frekvencija većih od optimalne. Pod optimalnom frekvencijom možemo podrazumjevati onu, kod koje je  $Q$  maksimalan, a to je slučaj kada su gubici predstavljeni vodljivošću  $G(u)$  i otporom  $R_s$  međusobno jednaki. Isto tako zbog većeg kapaciteta kapacitivnih dioda u području niskih frekvencija kapacitet kućišta se može zanemariti.-

3.- OSNOVNE JEDNADŽBE NISKOFREKVENTNOG PARAMETARSKOG  
POJAČALA

3.1. Općenito

U prethodnom poglavlju smo vidjeli, da je jedino rješenje u području vrlo niskih frekvencija parametarsko pojačalo tipa modulator sa zbrojem i razlikom frekvencija. Na izlazu iz prvog stupnja prema tome dobivamo frekvenciju uzbuđenog oscilatora kao nosilac sa zbrojem i razlikom frekvencija kao bočnim pojasevima (medjusobno invertirani). Kako se zbroj i razlika frekvencija ne razlikuju mnogo od frekvencije nosioca, mogli bismo ove tri frekvencije tretirati u prvoj aproksimaciji kao jednu i pokušati je pojačati jednim ili više stupnjeva parametarskih pojačala izvedenih na način kako se to izvodi u području visokih frekvencija. Na tip pojačala drugog stupnja lako se je odlučiti obzirom na najveće pojačanje, izborom tipa modulator sa razlikom, ili možda uz bolju stabilnost, a manje pojačanje, izborom tipa modulatora sa zbrojem frekvencija. Ukoliko bi se koristio tip demodulatora, onda bi se u slučaju zbroja frekvencija moglo dobiti samo manje pojačanje, dok u slučaju demodulatora sa razlikom frekvencija, ako bi se i postiglo izvjesno pojačanje, ono bi bilo sigurno manje, nego u slučaju modulatora sa razlikom frekvencija. Tip direktnog parametarskog pojačala je ostvaren kada bi se sa ulaznih priključnica drugog stupnja (najzgodnije modulator sa razlikom frekvencija) uzimao izlazni signal. Na izlazu iz niskofrekventnog parametarskog pojačala pojavljuje se uz nosilac i dva bočna pojasa, odnosno zbroj i razlika frekvencija ulaznog signala i nosioca. Budući je potpuna informacija o ulaznom signalu sadržana u naponima zbroja i razlike frekvencija, to suma ovih napona bočnih pojaseva predstavlja pojačani ulazni napon. Poteškoća je samo u tome, što su bočni pojasevi medjusobno invertirani tako, da se poništavaju pa ne postoji pojačani amplitudno modulirani signal, nego je informacija sadržana u fazno-moduliranom signalu. Da bi dobili amplitudno-modulirani signal, potrebno je jedan bočni pojas istaknuti prema drugom, što se postiže neusklađenim titrajnim krugom. Prema tome, demodulirana razlika bočnih pojaseva, predstavlja pojačani ulazni signal. Demodulaciju smatramo idealnom ( $\eta = 1$ ). Ovo će se dokazati u ovom poglavlju.

Budući da je parametarsko pojačalo, o kome je ovdje riječ, namijenjeno pojačavanju malih signala reda veličine nekoliko  $\mu V$ , a s druge strane sam parametarski sistem, ne može davati veće naponsko pojačanje od nekoliko desetaka puta, to da bi demodulator sa diodama mogao efikasno da ispravljati, on mora imati na ulazu dovoljno veliki modulirani signal (najbolje nekoliko volta) zato je neophodno između pojačala i modulatora

postaviti pojačalo. Frekvencija nosioca odnosno uzbudnog oscilatora se može izabrati takvom, da pojačalo daje sa malim brojem stupnjeva još dovoljno pojačanje i da radi u području, gdje mu je još vlastiti šum malen. Ovo posljednje nije tako kritično, jer je pojačanje parametarskog pojačala dovoljno veliko, da šum pojačala makar i bio veći, ne bi utjecao bitno na ukupni faktor šuma.

O nužnosti potiskivanja napona uzbudnog oscilatora (nosioca), simetričnog ulaza, zatim izvedbe pojačala bez ikakve galvanske veze sa "okolinom", kao i ostalim vrlo važnim mjerama za ispravno funkcioniranje sklopa, bit će govora u 4.- i 6.- poglavlju. Ono što je dosad rečeno, dovoljno je, da bismo mogli pristupiti analizi sklopa.

### 3.2. Osnovne jednačbe

Uzmimo u razmatranje prvi stupanj niskofrekventnog parametarskog pojačala tj. slučaj modulatora sa zbrojem i razlikom frekvencija. Poslužit ćemo se metodom koja se primjenjuje inače kod analize sklopova za miješanje, a to je t.zv. metoda maloga signala [19] i adaptirat ćemo je na slučaj navedenog tipa parametarskog pojačala.

Poznavajući napone  $u_i(t)$  koji djeluju na nelinearnu kapacitivnost mogu se odrediti struje  $i_1(t)$  koje teku kroz ovu na osnovu izraza

$$\sum_{i=0}^{\infty} i_i(t) = \frac{d \left[ \sum_{i=0}^{\infty} q_i(t) \right]}{dt} = \frac{d \left[ C(t) \sum_{i=0}^{\infty} u_i(t) \right]}{dt} \quad (3-1)$$

Kapacitivnost kapacitivne diode  $C(t)$  je funkcija vremena, jer na nju djeluje napon uzbudnog oscilatora (pumpe) koji je funkcija vremena. Tačnije rečeno djeluje zbroj napona različitih frekvencija, no utjecaj svih ostalih napona u usporedbi sa naponom uzbudnog oscilatora može se zanemariti. Napon uzbudnog oscilatora je najmanje  $10^2$  puta veći od ostalih napona. Kako je kapacitivnost diode dana općenito izrazom prema (2-8) i (2-9), to uz djelovanje uzbudnog napona  $u_2 = U_2 \cos \omega_2 t$  može se pisati

$$C(t) = \frac{C(u_0)}{(1 + a \cos \omega_2 t)^{\frac{1}{n}}} \quad \text{gdje je } a = \frac{U_2}{\varphi + U_0} \quad (3-2)$$

Vidimo da je promjena kapaciteta  $C(t)$  periodička funkcija vremena, pa je možemo izraziti Fourierovim redom

$$C(t) = C_0 + C_1 \cos \omega_2 t + C_2 \cos 2\omega_2 t + \dots, \quad (3-3)$$

gdje su  $C_0, C_1, C_2 \dots$  pojedini koeficijenti Fourierovog reda. Budući da nelinearnost kapacitivnosti kapacitivne diode u slučaju  $n = 3$  kao i ne prevelike uzbude nije velika, to će funkcija  $C(t)$  približno odgovarati sinusoidi, pa se viši harmonici uključujući i drugi, mogu u prvoj aproksimaciji zanemariti. Osim toga koeficijenti viših harmonika Fourierovog reda kod analize pojačala nisu od primarne vrijednosti. Vremenski promjenljivu veličinu  $C(t)$  možemo napisati i u obliku

$$C(t) = C_0 [1 + 2\beta_1 \cos \omega_2 t + 2\beta_2 \cos 2\omega_2 t + \dots] \quad (3-4)$$



gdje veličine  $\gamma_1 = \frac{C_1}{2C_0}$  i  $\gamma_2 = \frac{C_2}{2C_0}$  možemo nazvati koeficijentima uzbude, a naročito će biti interesantni u daljnjem izlaganju.

Kod napona uzbuđenog oscilatora uzeli smo da je fazni kut jednak nuli. Zato moramo dozvoliti mogućnost postojanja nekog faznog kuta u izrazima za napon i struju

$$i_i(t) = |I_i| \cos(\omega_i t + \varphi_i), \quad u_i(t) = |U_i| \cos(\omega_i t + \psi_i). \quad (3-5) (3-6)$$

Radi lakšeg i preglednijeg računa prikažimo ove veličine u kompleksnoj formi, kada je

$$i(t) = I_i e^{j\omega_i t} + \bar{I}_i e^{-j\omega_i t}, \quad (3-7)$$

$$u(t) = U_i e^{j\omega_i t} + \bar{U}_i e^{-j\omega_i t}. \quad (3-8)$$

Ovdje su  $I_i = \frac{1}{2} |I_i| e^{j\varphi_i}$  i  $\bar{I}_i = \frac{1}{2} |I_i| e^{-j\varphi_i}$  kao i  $U_i$  i  $\bar{U}_i$  konjugirano kompleksne veličine. Ako ove vrijednosti uvrstimo u izraz (3-1) izlazi

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} I_i e^{j\omega_i t} = \frac{d \left[ \sum_{i=-\infty}^{\infty} C_i e^{j\omega_i t} \sum_{i=-\infty}^{\infty} U_i e^{j\omega_i t} \right]}{dt} \quad I_i = \bar{I}_i \quad U_i = \bar{U}_i \quad C_i = \bar{C}_i \quad e^{j\omega_i t} = e^{-j\omega_i t} \quad (3-9)$$

U slučaju modulatora sa zbrojem i razlikom frekvencija djeluju naponi frekvencija  $\omega_1$  (signal na ulazu)  $\omega_2$  (uzbudni oscilator), te razlike i zbroja frekvencija  $\omega_2 - \omega_1 = \omega_3$  i  $\omega_2 + \omega_1 = \omega_4$ , pa će prema tome teći i struje istih frekvencija, što se može napisati kao

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \frac{1}{2} [I_1 e^{j\omega_1 t} + \bar{I}_1 e^{-j\omega_1 t}] & u_1(t) &= \frac{1}{2} [U_1 e^{j\omega_1 t} + \bar{U}_1 e^{-j\omega_1 t}] \\ i_2(t) &= \frac{1}{2} [I_2 e^{j\omega_2 t} + \bar{I}_2 e^{-j\omega_2 t}] & u_2(t) &= \frac{1}{2} [U_2 e^{j\omega_2 t} + \bar{U}_2 e^{-j\omega_2 t}] \\ i_3(t) &= \frac{1}{2} [I_3 e^{j\omega_3 t} + \bar{I}_3 e^{-j\omega_3 t}] & u_3(t) &= \frac{1}{2} [U_3 e^{j\omega_3 t} + \bar{U}_3 e^{-j\omega_3 t}] \\ i_4(t) &= \frac{1}{2} [I_4 e^{j\omega_4 t} + \bar{I}_4 e^{-j\omega_4 t}] & u_4(t) &= \frac{1}{2} [U_4 e^{j\omega_4 t} + \bar{U}_4 e^{-j\omega_4 t}] \end{aligned} \quad (3-10) a, b, c, d \quad (3-11) a, b, c, d$$

Izrazimo promjenljivu kapacitivnost članovima Fourierovog reda također u kompleksnoj formi ( $\psi_2 = 0$ )

$$C(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} C_i e^{j\omega_i t} = C_0 + \frac{C_1}{2} e^{j\omega_2 t} + \frac{C_1}{2} e^{-j\omega_2 t} + \frac{C_2}{2} e^{j2\omega_2 t} + \frac{C_2}{2} e^{-j2\omega_2 t} + \dots \quad (3-12)$$

Uzimamo samo prva dva člana reda

$$C(t) = C_0 + \frac{C_1}{2} e^{j\omega_2 t} + \frac{C_1}{2} e^{-j\omega_2 t} = C_0 [1 + \gamma_1 e^{j\omega_2 t} + \gamma_1 e^{-j\omega_2 t}] \quad (3-13)$$

Uvrštavanjem netom napisanih izraza i relaciju (3-9) dobivamo:

$$\begin{aligned} C(t) \sum_{i=1}^4 u_i(t) &= \frac{1}{2} [C_0 + \frac{C_1}{2} e^{j\omega_2 t} + \frac{C_1}{2} e^{-j\omega_2 t}] [U_1 e^{j\omega_1 t} + \bar{U}_1 e^{-j\omega_1 t} + U_3 e^{j\omega_3 t} + \bar{U}_3 e^{-j\omega_3 t} + U_4 e^{j\omega_4 t} + \bar{U}_4 e^{-j\omega_4 t} + U_2 e^{j\omega_2 t} + U_2 e^{-j\omega_2 t}] = \\ &= \frac{1}{2} [C_0 U_1 e^{j\omega_1 t} + C_0 \bar{U}_1 e^{-j\omega_1 t} + C_0 U_3 e^{j\omega_3 t} + C_0 \bar{U}_3 e^{-j\omega_3 t} + C_0 U_4 e^{j\omega_4 t} + C_0 \bar{U}_4 e^{-j\omega_4 t} + C_0 U_2 e^{j\omega_2 t} + C_0 U_2 e^{-j\omega_2 t} + \\ &+ \frac{C_1}{2} U_3 e^{j(\omega_1 + \omega_3)t} + \frac{C_1}{2} \bar{U}_3 e^{j(\omega_2 - \omega_3)t} + \frac{C_1}{2} U_4 e^{j(\omega_1 + \omega_4)t} + \frac{C_1}{2} \bar{U}_4 e^{j(\omega_2 - \omega_4)t} + \frac{C_1}{2} U_2 e^{j\omega_2 t} + \frac{C_1}{2} U_1 e^{j(\omega_2 + \omega_1)t} + \frac{C_1}{2} \bar{U}_1 e^{-j(\omega_2 - \omega_1)t} + \\ &+ \frac{C_1}{2} U_3 e^{-j(\omega_2 - \omega_3)t} + \frac{C_1}{2} \bar{U}_3 e^{-j(\omega_1 + \omega_3)t} + \frac{C_1}{2} U_4 e^{-j(\omega_2 - \omega_4)t} + \frac{C_1}{2} \bar{U}_4 e^{-j(\omega_1 + \omega_4)t} + \frac{C_1}{2} U_2 e^{2\omega_2 t} + \frac{C_1}{2} \bar{U}_2 e^{-2\omega_2 t}]. \end{aligned}$$

Ispuštavanjem članova koji predstavljaju drugu harmoniku frekvencije uzbuđenog oscilatora  $2\omega_2$  i sređivanjem vrijednosti eksponenata izlazi

$$C(t) \sum_{i=1}^4 u_i(t) = \frac{1}{2} [C_0 U_1 e^{j\omega_1 t} + C_0 \bar{U}_1 e^{-j\omega_1 t} + C_0 U_3 e^{j\omega_3 t} + C_0 \bar{U}_3 e^{-j\omega_3 t} + C_0 U_4 e^{j\omega_4 t} + C_0 \bar{U}_4 e^{-j\omega_4 t} + C_0 U_2 e^{j\omega_2 t} + C_0 U_2 e^{-j\omega_2 t} + \frac{C_1}{2} U_1 e^{j\omega_1 t} + \frac{C_1}{2} \bar{U}_1 e^{j\omega_3 t} + \frac{C_1}{2} \bar{U}_3 e^{j\omega_1 t} + \frac{C_1}{2} \bar{U}_4 e^{-j\omega_1 t} + \frac{C_1}{2} U_1 e^{-j\omega_2 t} + \frac{C_1}{2} \bar{U}_1 e^{-j\omega_4 t} + \frac{C_1}{2} U_3 e^{-j\omega_1 t} + \frac{C_1}{2} U_4 e^{j\omega_1 t}] \quad (3-14)$$

Deriviranjem ove jednadžbe po  $t$  i skupljanjem koeficijenata sa istim frekvencijama možemo dalje pisati:

$$\frac{dC(t)}{dt} \sum_{i=1}^4 u_i(t) = \frac{1}{2} [j\omega_1 (C_0 U_1 + \frac{C_1}{2} \bar{U}_3 + \frac{C_1}{2} U_4) e^{j\omega_1 t} - j\omega_1 (C_0 \bar{U}_1 + \frac{C_1}{2} U_3 + \frac{C_1}{2} \bar{U}_4) e^{-j\omega_1 t} + j\omega_3 (C_0 U_3 + \frac{C_1}{2} \bar{U}_1) e^{j\omega_3 t} - j\omega_3 (C_0 \bar{U}_3 + \frac{C_1}{2} U_1) e^{-j\omega_3 t} + j\omega_4 (C_0 U_4 + \frac{C_1}{2} \bar{U}_1) e^{j\omega_4 t} - j\omega_4 (C_0 \bar{U}_4 + \frac{C_1}{2} U_1) e^{-j\omega_4 t} + j\omega_2 C_0 U_2 e^{j\omega_2 t} - j\omega_2 C_0 U_2 e^{-j\omega_2 t}] \quad (3-15)$$

Ispoređujući koeficijente uz isti eksponencijalni član jednadžbe (3-15) i izraza za struje (3-10a, b, c, d) dobivamo dva sistema jednadžbi:

$$\begin{aligned} I_1 &= j\omega_1 (C_0 U_1 + \frac{C_1}{2} \bar{U}_3 + \frac{C_1}{2} U_4) & \bar{I}_1 &= -j\omega_1 (C_0 \bar{U}_1 + \frac{C_1}{2} U_3 + \frac{C_1}{2} \bar{U}_4) \\ \bar{I}_3 &= -j\omega_3 (C_0 \bar{U}_3 + \frac{C_1}{2} U_1) & I_3 &= j\omega_3 (C_0 U_3 + \frac{C_1}{2} \bar{U}_1) \\ I_4 &= j\omega_4 (C_0 U_4 + \frac{C_1}{2} \bar{U}_1) & \bar{I}_4 &= -j\omega_4 (C_0 \bar{U}_4 + \frac{C_1}{2} U_1) \\ I_2 &= j\omega_2 C_0 U_2 & \bar{I}_2 &= -j\omega_2 C_0 U_2 \end{aligned} \quad (3-16 \ a, b, c, d) \quad (3-17 \ a, b, c, d)$$

Budući da ova dva sistema daju istu informaciju, odabrat ćemo jedan od ovih. Četvrte jednadžbe nemaju neke posebne važnosti, jer predočuju prisutnost struje uzbudnog oscilatora (nosilac), koja se i tako potiskuje. Odabiremo sistem jednadžbi

$$\begin{aligned} I_1 &= j\omega_1 C_0 U_1 + j\omega_1 \frac{C_1}{2} \bar{U}_3 + j\omega_1 \frac{C_1}{2} U_4 \\ \bar{I}_3 &= -j\omega_3 \frac{C_1}{2} U_1 - j\omega_3 C_0 \bar{U}_3 \\ I_4 &= j\omega_4 \frac{C_1}{2} U_1 + j\omega_4 C_0 U_4 \end{aligned} \quad (3-16 \ a, b, c)$$

Na ovaj način smo dobili sistem od tri linearne jednadžbe, što znači, da je jedan nelinearni problem prikazan uz dozvoljena zanemarenja, linearnim. Na ovaj način će se moći provesti daleko izdašnija analiza, jer se može koristiti zakon superpozicije i prema tome postojeća teorija četveropola.

Prije nego pristupimo diskusiji sistema jednadžbi (3-16a, b, c), odredimo još veličinu osnovnog člana  $C_0$ , te prve i druge harmonike  $C_1$  i  $C_2$  Fourierovog razvoja. Tako bi npr. prvi član razvoja bio

$$C_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{C(u_0) d(\omega_2 t)}{[1 + a \cos(\omega_2 t)]^{\frac{1}{n}}} \quad (3-18)$$

a ostali

$$C_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{C(u_0) \cos n\omega_2 t d(\omega_2 t)}{[1 + a \cos(\omega_2 t)]^{\frac{1}{n}}} \quad (3-19)$$

Mjesto da izvršimo određivanje ovih članova integracijom jednostavnije ćemo doći do cilja, ako izraz za nelinearnu kapacitivnost (3-2) prikažemo binomnim redom za eksponent  $-\frac{1}{n}$ . Izraz (3-2) možemo napisati kao

$$C(t) = C(u_0) [1 + a \cos \omega_2 t]^{-\frac{1}{n}} \quad (3-2a)$$

Obilježimo pri tome  $a \cdot \cos \omega_2 t$  sa  $v$ , dobivamo da je:

$$[1+v]^{-\frac{1}{n}} = 1 - \frac{v}{n} + \frac{A(\frac{1}{n}+1)}{2!} v^2 - \frac{\frac{1}{n}(\frac{1}{n}+1)(\frac{1}{n}+2)}{3!} v^3 + \frac{\frac{1}{n}(\frac{1}{n}+1)(\frac{1}{n}+2)(\frac{1}{n}+3)}{4!} v^4 - \frac{\frac{1}{n}(\frac{1}{n}+1)(\frac{1}{n}+2)(\frac{1}{n}+3)(\frac{1}{n}+4)}{5!} v^5 + \dots$$

$$[1+v]^{-\frac{1}{n}} = 1 - \frac{v}{n} + \frac{n+1}{2!} v^2 - \frac{(1+n)(1+2n)}{3!} v^3 + \frac{(1+n)(1+2n)(1+3n)}{4!} v^4 - \frac{(1+n)(1+2n)(1+3n)(1+4n)}{5!} v^5 + \dots, (3-20)$$

Za  $n = 3$  je

$$[1+v]^{-\frac{1}{3}} = 1 - \frac{1}{3}v + \frac{2}{9}v^2 - \frac{14}{81}v^3 + \frac{35}{81 \cdot 3}v^4 - \frac{10}{81}v^5 + \dots \quad (3-21)$$

Naznačimo dobivene koeficijente radi jednostavnijeg računa slovima

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \dots$ , te uvedimo vrijednost za  $v$ , tada red (3-21) poprima

$$\text{oblik} \quad C(u) = C(u_0) [1 + \alpha_1 a \cos \omega_2 t + \alpha_2 a^2 \cos^2 \omega_2 t + \alpha_3 a^3 \cos^3 \omega_2 t + \alpha_4 a^4 \cos^4 \omega_2 t + \alpha_5 a^5 \cos^5 \omega_2 t + \dots] \quad (3-22)$$

Ako se izraze potencije funkcije  $\cos \omega_2 t$  višim harmoničkim članovima dobiva se

$$\cos^2 \omega_2 t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega_2 t$$

$$\cos^3 \omega_2 t = \frac{3}{4} \cos \omega_2 t + \frac{1}{4} \cos 3\omega_2 t$$

$$\cos^4 \omega_2 t = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos 2\omega_2 t + \frac{1}{8} \cos 4\omega_2 t$$

$$\cos^5 \omega_2 t = \frac{5}{8} \cos \omega_2 t + \frac{5}{16} \cos 3\omega_2 t + \frac{1}{16} \cos 5\omega_2 t$$

Razdijelimo li konstantne koeficijente i koeficijente uz  $\cos \omega_2 t$ ,  $\cos 2\omega_2 t$ ,  $\dots$  međusobno, pa ćemo dobiti koeficijente Fourierovog reda aproksimirane redovima

$$C_0 = C(u_0) [1 + \frac{1}{2} \alpha_2 a^2 + \frac{3}{8} \alpha_4 a^4 + \dots]$$

$$C_1 = C(u_0) [\alpha_1 a + \frac{3}{4} \alpha_3 a^3 + \frac{5}{8} \alpha_5 a^5 + \dots]$$

$$C_2 = C(u_0) [\frac{1}{2} \alpha_2 a^2 + \frac{1}{2} \alpha_4 a^4 + \dots]$$

$$C_3 = C(u_0) [\frac{1}{4} \alpha_3 a^3 + \frac{5}{16} \alpha_5 a^5 + \dots]$$

Uvrstimo još vrijednosti za  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  i  $\alpha_5$  pa izlazi konačno za

$n = 3$ :

$$C_0 = C(u_0) [1 + \frac{1}{9} a^2 + \frac{35}{81 \cdot 8} a^4 + \dots] \quad (3-23)$$

$$C_1 = -C(u_0) [\frac{a}{3} + \frac{7}{54} a^3 + \frac{25}{4 \cdot 81} a^5 + \dots] \quad (3-24)$$

$$C_2 = C(u_0) [\frac{1}{9} a^2 + \frac{35}{162} a^4 + \dots] \quad (3-25)$$

Na osnovu dobivenih vrijednosti možemo izraziti faktor uzbude obzirom na prvi harmonik izrazom

$$k_1 = \frac{C_1}{2C_0} = -\frac{a}{6} \frac{1 + \frac{7}{18} a^2 + \frac{25}{4 \cdot 27} a^4 + \dots}{1 + \frac{1}{9} a^2 + \frac{35}{8 \cdot 81} a^4 + \dots} \quad (3-26)$$

Da se izbjegne negativni predznak kod  $k_1$ , uvrstit ćemo u sistem jednažbi (3-16a, b, c) vrijednost  $-C_1$  umjesto  $+C_1$  kako je to na početku retpostavljeno tako, da sada sistem jednažbi (3-16a, b, c) glasi

$$I_1 = j\omega_1 C_0 U_1 - j\omega_1 \frac{C_1}{2} \bar{U}_3 - j\omega_1 \frac{C_1}{2} U_4$$

$$\bar{I}_3 = j\omega_3 \frac{C_1}{2} U_1 - j\omega_3 C_0 \bar{U}_3 \quad (3-27 a, b, c)$$

$$I_4 = -j\omega_4 \frac{C_1}{2} U_1 + j\omega_4 C_0 U_4$$

Ove jednadžbe pretstavljaju strujne jednadžbe šesteropola, kojega promatranje bi imalo smisla ukoliko bismo mogli odjeliti napon razlike frekvencija  $\bar{U}_3$  od napona zbroja frekvencija  $U_4$ . Ovdje su prisutne samo susceptancije u ulaznom i izlaznim krugovima, koje nastaju na odgovarajućim frekvencijama djelovanjem ulaznog napona  $U_1$  i napona uzbuđenog oscilatora  $U_2$ . Makar je nemoguće realizirati ulazni i izlazni krug bez vodljivosti uzmimo načas takovu idealiziranu situaciju i pretpostavimo, da promatramo na izlazu samo napon razlike  $\bar{U}_3$  ili napon zbroja frekvencija  $U_4$  bez ikakvog potroška ( $\bar{I}_3 = 0, I_4 = 0$ ). U tom slučaju bismo mogli odrediti naponsko pojačanje napona razlike frekvencija  $\bar{U}_3$  iz druge strujne jednadžbe (3-27b)

$$\frac{\bar{U}_3}{U_1} = \frac{C_1}{2C_0} = \beta_1$$

odnosno zbroja frekvencija  $U_4$  iz treće jednadžbe (3-27c)

$$\frac{U_4}{U_1} = \frac{C_1}{2C_0} = \beta_1$$

Kako je  $\beta_1$  uvijek manji od  $\frac{1}{2}$ , to izlazi, da u ovakvom slučaju ne može biti naponskog pojačanja. Situacija bi se još više pogoršala da smo uzeli vodljivost izlaznog kruga u obzir, jer bi onda rezultirajuća admitancija bila još veća pa prema tome i pojačanje još manje. Kapacitivnu susceptanciju ulaznog  $j\omega_1 C_0$  i izlaznog  $j\omega_3 C_0$  i  $j\omega_4 C_0$  kruga možemo znatno smanjiti paralelnim dodavanjem susceptancije izazvane induktivitetom  $-\frac{j}{\omega L}$  ili drugim riječima napravimo li titrajni krug. Admitancija titrajnog kruga će biti najmanja u rezonanciji, kada će se moći ostvariti i naponsko pojačanje.

Prema tome nemoguće je ostvariti pojačanje  $>1$  samim nelinearnim kapacitetima pa je potrebno njihove susceptancije na neki način kompenzirati, što se na najjednostavniji način ostvaruje titrajnim krugom u rezonanciji. Iz ovoga slijedi da nema pojačanja kod modulatora sa kapacitivnim diodama, ukoliko nema i mogućnosti poništenja njihovih susceptancija. Na osnovu rečenog proizlazi

2. Zaključak. Da bi se kod parametarskog pojačala ostvarilo naponsko pojačanje nužan je uvjet da prenosna admitancija  $Y_{21}$  bude veća od admitancije izlaznog kruga  $Y_{22}$ , što se postiže titrajnim krugom u rezonanciji.-

Ovaj zaključak možemo pretstaviti uvjetom

$$\frac{Y_{21}}{Y_{22}} > 1 \text{ za slučaj naponskog pojačanja } > 1 \quad (3-28)$$

Isto vrijedi i za modulatore sa promjenljivom vodljivošću (diodni modulator).

Prema tome treba izvršiti kompenzaciju kapacitivnih susceptancija induktivnim, što znači paralelno kapacitetima  $C_0$  priključiti induktivitete  $L_0, L_1$ . Da situacija odgovara prilikama u praksi ovim induktivitetima bi trebalo dodati paralelno i vodljivosti, koje predstavljaju gubitke u krugovima ( $G_{01}$  i  $G_{02}$ ) i uključujući istovremeno vodljivosti izvora  $G_g$  i potrošača  $G_p$ , tako da su ukupne vodljivosti  $G_{11} = G_g + G_{01}$  i  $G_{22} = G_{02} + G_p$ . Na osnovu ovoga može se nacrtati principijelna shema niskofrekventnog parametarskog pojačala kao na sl.6a.

Ako prikažemo jednačbe (3-27a,b,c) u matričnoj formi i ovoj matrici pribrojimo drugu matricu admitancije, gdje su uključeni induktiviteti, vodljivosti pa i eventualno dodatni i rasipni kapaciteti, dobivamo matricu vodljivosti niskofrekventnog parametarskog pojačala sa uključenim gubicima:

$$\begin{bmatrix} j\omega_1 C_0 & -j\omega_1 \frac{C_1}{2} & -j\omega_1 \frac{C_1}{2} \\ j\omega_3 \frac{C_1}{2} & -j\omega_3 C_0 & 0 \\ -j\omega_4 \frac{C_1}{2} & 0 & j\omega_4 C_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j\omega_1 C_{01} + \frac{1}{j\omega_1 L_0} + G_{11} & 0 & 0 \\ 0 & -j\omega_3 C_{02} - \frac{1}{j\omega_3 L_1} + G_{22} & 0 \\ 0 & 0 & j\omega_4 C_{01} + \frac{1}{j\omega_4 L_1} + G_{22} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} j\omega_1 C_0 + \frac{1}{j\omega_1 L_0} + G_{11} & -j\omega_1 \frac{C_1}{2} & -j\omega_1 \frac{C_1}{2} \\ j\omega_3 \frac{C_1}{2} & -j\omega_3 C_{02} - \frac{1}{j\omega_3 L_1} + G_{22} & 0 \\ -j\omega_4 \frac{C_1}{2} & 0 & j\omega_4 C_{01} + \frac{1}{j\omega_4 L_1} + G_{22} \end{bmatrix} \quad (3-29)$$

Admitancija titrajnog kruga općenito je

$$Y = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \quad (3-30)$$

može se prikazati i u skraćenom obliku u neposrednom okolišu frekvencije rezonancije sa

$$Y = G \left[ 1 + j \frac{\omega C}{G} \frac{\omega - \omega_0}{\omega} \left( 1 + \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right] \quad (3-31)$$

Za  $\frac{\omega_0}{\omega} \approx 1$  i  $\frac{\omega C}{G} = Q$  izlazi

$$Y = G [1 + 2j\delta Q] \quad (3-32)$$

Pri tome je za  $\omega > \omega_0$   $\delta > 0$  ( $\omega_4$ ), a za  $\omega < \omega_0$   $\delta < 0$  ( $\omega_3$ ).

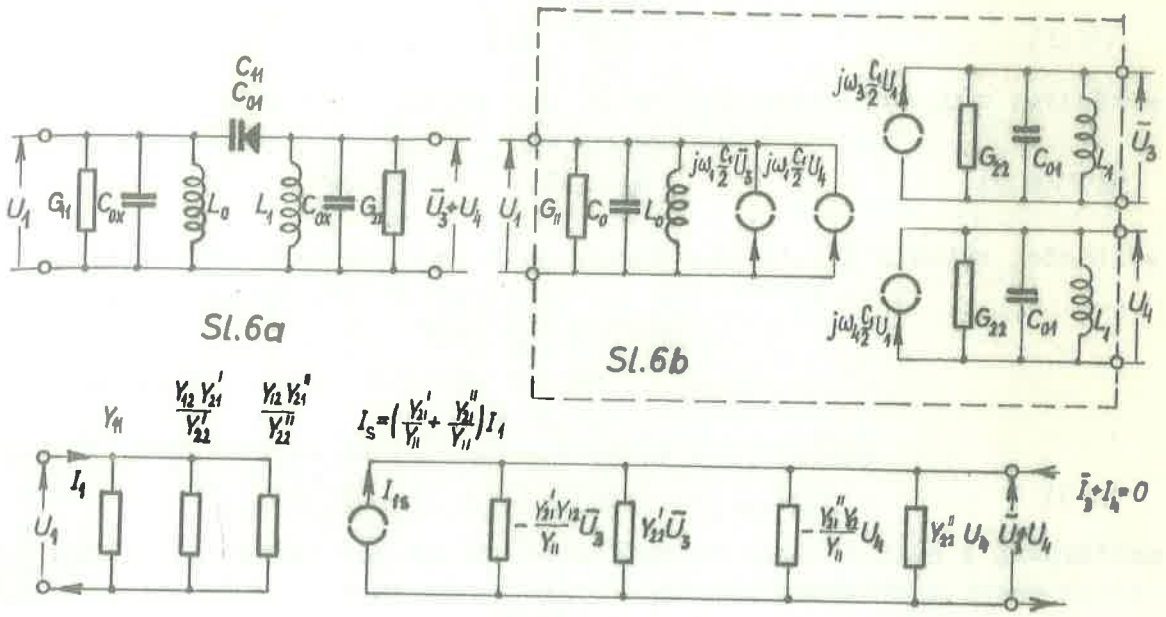
Kako je kod razlike frekvencija  $\omega_3$  već predznak ispred imaginarnog člana negativan, a i  $\delta < 0$  to izlazi, da je admitancija za  $\omega_3$

$$Y'_{22} = G_{22} [1 + 2j\delta Q] \quad (3-33)$$

odnosno za zbroj frekvencija gdje predznak ispred imaginarnog člana pozitivan i  $\delta > 0$

$$Y''_{22} = G_{22} [1 + 2j\delta Q] \quad (3-34)$$

Uvrstivši ove preglednije izražene oblike admitancije  $Y_{22}$  u matricu



Sl.6a

Sl.6b

Sl.6c

(3-29) i izrazivši ju potom jednadžbama, dobiva se

$$\begin{aligned}
 I_1 &= G_{11}(1+j\delta Q_0)U_1 - j\omega_1 \frac{C_1}{2} \bar{U}_3 - j\omega_1 \frac{C_1}{2} U_4 \\
 \bar{I}_3 &= j\omega_3 \frac{C_1}{2} U_1 + G_{22}[1+j2\delta Q_1] \bar{U}_3 \\
 I_4 &= -j\omega_4 \frac{C_1}{2} U_1 + G_{22}[1+j2\delta Q_1] U_4
 \end{aligned}
 \tag{3-35 a,b,c}$$

Ovdje se može vidjeti prema 2.Zaključku, da je lako ostvariti pojačanje veće od 1, jer je sada

$$\frac{\bar{U}_3}{U_1} = -j \frac{\omega_3 C_1}{2G_{22}} \quad \text{odnosno} \quad \frac{U_4}{U_1} = j \frac{\omega_4 C_1}{2G_{22}}$$

u slučaju rezonancije. Praktički je najčešće  $2G_{22} \ll \omega_3 C_1$ , ukoliko titrajni krug nema velikih gubitaka. Na osnovu jednadžbi (3-35a,b,c) može se parametarsko pojačalo prikazati kao šesteropol (sl.6b). No budući da se dva izlazna napona  $\bar{U}_3$  i  $U_4$  nalaze na istim izlaznim priključnicama, to je najpovoljnije niskofrekventno parametarsko pojačalo prikazati četveropolom.

U tom smislu napišimo jednadžbe (3-35a,b,c) sasvim općenito

$$\begin{aligned}
 I_1 &= Y_{11}U_1 + Y_{12}\bar{U}_3 + Y_{12}U_4 \\
 \bar{I}_3 &= Y_{21}U_1 + Y_{22}\bar{U}_3 \\
 I_4 &= Y_{21}U_1 + Y_{22}U_4
 \end{aligned}
 \tag{3-36 a,b,c}$$

Vidimo da niskofrekventno parametarsko pojačalo nije recipročan četveropol, jer je  $Y_{12} \neq Y_{21}$ , odnosno  $Y_{12} \neq Y_{21}'$ . Da nema nikakove povratne veze, što bi bilo najpovoljnije,  $Y_{12}$  bi morala biti jednaka nuli. Iz jednadžbi (3-36a,b,c) izlazi, da je ulazna admitancija sa uračunatom vodljivošću izvora  $G_g$

$$Y_{ul1} = Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}'}{Y_{22}'} - \frac{Y_{12} Y_{21}''}{Y_{22}''} \quad (3-37)$$

Kako se i u admitancijama  $Y_{22}'$  i  $Y_{22}''$  smatra uključen otpor potrošača  $G_p$ , to je onda  $\bar{I}_3 = 0$  i  $I_4 = 0$  pa prema tome i

$$\frac{U_3}{U_4} = -\frac{Y_{21}'}{Y_{22}'} \quad ; \quad \frac{U_4}{U_3} = -\frac{Y_{21}''}{Y_{22}''} \quad (3-38)(3-39)$$

što je korišteno kod dobivanja gornjeg izraza (3-37). Zbrajanjem jednačbe (3-36b) i jednačbe (3-36c) izlazi

$$0 = \bar{I}_3 + I_4 = (Y_{21}' + Y_{21}'') U_4 + Y_{22}' \bar{U}_3 + Y_{22}'' U_4$$

Uvrštavanjem u ovu jednačbu napona

$$U_4 = \frac{I}{Y_n} - \frac{Y_{12}}{Y_n} (\bar{U}_3 + U_4) ,$$

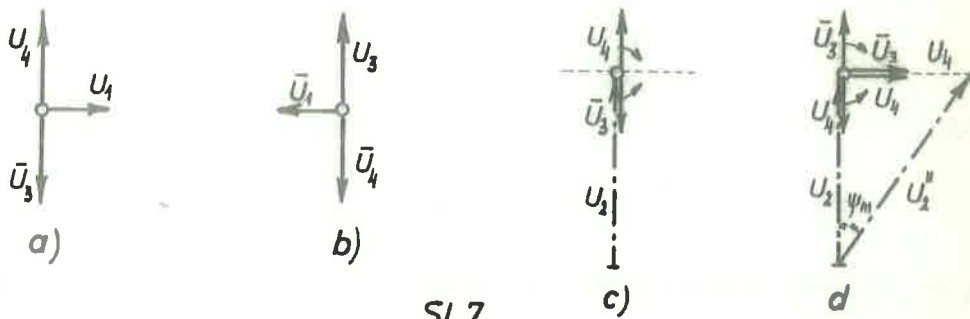
koji proizlazi iz jednačbe (3-36a) dobiva se definitivno

$$0 = -\frac{Y_{21}' + Y_{21}''}{Y_n} Y_{22}' (\bar{U}_3 + U_4) + \frac{Y_{21}' + Y_{21}''}{Y_n} I_1 + Y_{22}' \bar{U}_3 + Y_{22}'' U_4 \quad (3-40)$$

Koristeći se netom napisanom jednačbom za izlazni krug i jednačbom (3-37) za ulazni krug može se nacrtati općenita nadomjesna shema niskofrekventnog parametarskog pojačala kao četveropola. (Sl.6c).

Naročito je interesantno razmotriti odnose verzora (fazora) napona razlike  $\bar{U}_3$  i zbroja frekvencije  $U_4$ , što možemo ustanoviti promatrajući drugu (3-35b) i treću (3-35c) strujnu jednačbu. Uzmimo da je izlazna admitancija realna veličina, dakle,  $\delta = 0$ , onda je između  $U_1$  i  $\bar{U}_3$  kut  $\frac{\pi}{2}$ . Takodjer je kut između  $U_1$  i  $U_4$   $\frac{\pi}{2}$ , samo je  $U_4$  orjentiran u protivnom smjeru od  $\bar{U}_3$ , što prikazuje sl.7a. Istu nam informaciju daje i drugi sustav jednačbi (3-17a,b,c) sl.7b. Kako je izlazna admitancija realna, to će verzori napona razlike  $\bar{U}_3$  i sume<sup>U<sub>4</sub></sup> frekvencija ležati na istom pravcu kao i napon nosioca  $U_2$  (7c). Budući su verzori  $\bar{U}_3$  i  $U_4$  međusobno protusmjerni te se poništavaju, to za slučaj realne admitancije (titrajni krug u rezonanciji) nema amplitudne modulacije pa ni pojačanja kod upotrebe amplitudnog demodulatora. U ovom slučaju imamo faznu modulaciju. Sl.7d. prikazuje slučaj maksimalnog faznog kuta  $\psi_m$ . Tek ukoliko titrajni krug nešto razgodimo (nesklad z) pojavljuju se komponente verzora  $\bar{U}_3$  i  $U_4$  koje daju amplitudnu modulaciju. Na sl.7d. je takodjer vidljivo da se kod verzora  $\bar{U}_3$  i  $U_4$  približno jednakim verzoru  $U_2$  pojavljuje i izvjesna amplitudna modulacija, jer je  $U_2'' > U_2$ . Amplituda ima dva maksimuma, dok  $\bar{U}_3$  ili  $U_4$  opiše kut  $2\pi$ , pa prema tome odgovara drugoj harmonici. U ovim razmatranjima druga harmonika je zanemarena.

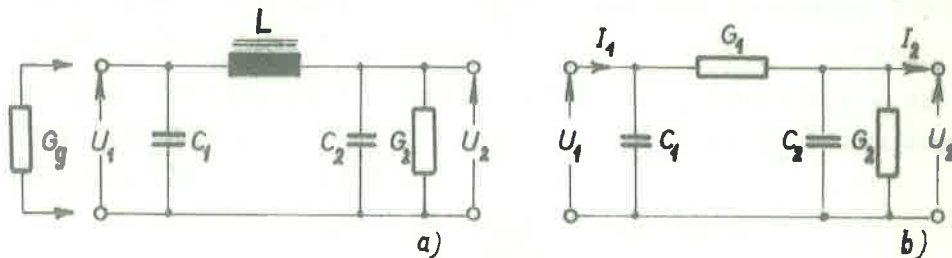
U dosadašnjem razmatranju se pretpostavljalo da je ulazni krug izveden kao paralelni titrajni krug, tj. da je ugodjen na jedan uski pojas frekvencija na ulazu, koje su sve dovoljno različite od nule. U slučaju niskofrekventnog parametarskog pojačala pojačavaju se signali frekvencija od 0 do nekoliko hiljada Hz. Prema tome na ulazu je nužno postaviti niski



Sl.7

propust. Niski propust s jedne strane onemogućuje naponima (smetnje) viših frekvencija da prodru do kapacitivne diode gdje mogu izazvati smetnje, a s druge strane onemogućava prodiranje niskih frekvencija na ulaz pojačala odnosno na mjerni objekt. Treba sada pokazati kolika je njegova izlazna admitancija tj. sa strane gdje se priključuje kapacitivna dioda i kako se ona mijenja u ovisnosti o frekvenciji. Usput će se odrediti ulazna admitancija i prenosna funkcija filtera.

Na sl.8a prikazan je asimetričan niski propust tipa K u  $\pi$  spoju, dok sl.8b predočuje niski propust RC tipa. Prvi filter ima prednosti pred drugim u pogledu šuma, prenosnih karakteristika (bolje filtriranje) pred drugim, ali je znatno skuplji od RC izvedbe.



Sl.8

Obzirom na LC filter sl.8a možemo postaviti dvije strujne jednadžbe

$$I_1 = (j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L}) U_1 - \frac{1}{j\omega L} U_2 \quad (3-41)$$

$$I_2 = -\frac{1}{j\omega L} U_1 + (j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega L} + G_2) U_2 \quad (3-42)$$

Budući da sve gubitke i opterećenja smatramo koncentriranim u vodljivosti  $G_2$  izlazi, da je  $I_2 = 0$  pa možemo pisati, da je naponsko pojačanje

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{[1 - (\frac{\omega}{\omega_{02}})^2] + j\omega L G_2} \quad \omega_{02}^2 = \frac{1}{LC_2} \quad (3-43)$$

Graničnu frekvenciju filtera  $\omega_{02}$  treba odabrati bar dva puta veću od najviše frekvencije signala. Osim toga vodljivost  $G_2$  je vrlo mala, pa se može uzeti da je pojačanje

$$\frac{U_2}{U_1} \approx 1$$



Ulazna admitancija filtera definirana je kao omjer struje i napona na ulazu pa je prema jednadžbama (3-42) i (3-43)

$$Y_{ul} = Y_{11} - \frac{Y_{12}Y_{21}}{Y_{22}} = j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L} - \frac{1}{(j\omega L)^2 [G_2 + j(\omega C_2 - \frac{1}{\omega L})]}$$

Nakon svodjenja ove jednadžbe na zajednički nazivnik i njegove racionalizacije izlazi

$$Y_{ul} = \frac{j\omega C_1 [\omega^2 G_1^2 L^2 + (1 - \omega^2 L C_2)^2] - j\frac{1}{\omega L} [\omega^2 G_1^2 L^2 + (1 - \omega^2 L C_2)^2] + G_1 - j(\omega C_2 - \frac{1}{\omega L})}{\omega^2 G_2^2 L^2 + [\omega^2 L C_2 - 1]^2}$$

Odjeljivanjem realnog od imaginarnog dijela admitancije te potrebnog sredjivanja izlazi konačno

$$Y_{ul} = \frac{G_2}{\omega^2 L^2 G_2^2 + [1 - (\frac{\omega}{\omega_{01}})^2]^2} \left\{ 1 + j \frac{\omega C_1}{G_2} \left[ \frac{L}{C_1} G_2^2 \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_{01}} \right)^2 - 1 \right] - \left( 1 + \frac{C_2}{C_1} \right) \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_{01}} \right)^2 - 1 \right] \right] \right\} \quad (3-44)$$

Izlazna admitancija je

$$Y_{iz} = \frac{G_g}{\omega^2 L^2 G_g^2 + [1 - (\frac{\omega}{\omega_{01}})^2]^2} \left\{ 1 + j \frac{\omega C_2}{G_g} \left[ \frac{L}{C_2} G_g^2 \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_{01}} \right)^2 - 1 \right] - \left( 1 + \frac{C_1}{C_2} \right) \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_{01}} \right)^2 - 1 \right] \right] \right\} \quad (3-45)$$

Budući da je  $\omega_1^2 = \frac{1}{LC_1}$  veća od  $\omega_2^2$  2 do 3 puta, to se omjeri kvadrata  $(\frac{\omega}{\omega_{01}})^2$  i  $(\frac{\omega}{\omega_{02}})^2$  prema 1 mogu bez daljnjega, zanemariti. Uzmimo još u obzir da je  $\frac{C_1}{C_2} \ll 1$ , kao i činjenicu da je produkt  $\omega L \cdot G_g$  i u blizini granične frekvencije pojačala nekoliko puta manji od 1, dobiva se izraz

$$Y_{iz} \approx G_g \left[ 1 + j\delta \frac{\omega_2 C_2}{G_g} \left( 1 - \frac{L}{C_2} G_g^2 \right) \right] \quad (3-46)$$

Ovdje je  $\frac{\omega_2 C_2}{G_g} \left( 1 - \frac{L}{C_2} G_g^2 \right)$  neki fiktivni  $Q_0$ , koji u slučaju male vodljivosti izvora  $G_g$  poprima vrijednost  $\frac{\omega_2 C_2}{G_g}$ , odnosno za slučaj velike vodljivosti izvora vrijednost  $Q_0 = -\omega_2 L G_g$ .

Prema tome vodljivost filtera na ulazu se prikazuje kao da je na ulazu priključen titrajni krug.  $Q_0$  je redovito manji od  $Q_1$  titrajnog kruga. Tada se može napisati izraz (3-46) u obliku

$$Y_{iz} = G_g [1 \pm j\delta Q_0] \quad \text{uz } \delta Q_0 \leq 1 \quad (3-47)$$

Izvedimo još slučaj RC filtera (sl.8b) služeći se istim postupkom. Osnovne dvije strujne jednadžbe glase

$$I_1 = (G_1 + j\omega C_1)U_1 - G_1 U_2 \quad (3-48)$$

$$I_2 = -G_1 U_1 + (G_1 + G_2 + j\omega C_2)U_2 \quad (3-49)$$

Uz  $I_2 = 0$  pojačanje je

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + j\omega C_2} \approx 1 \quad \text{za } G_2 \ll G_1 \text{ i } \omega C_2 \ll G_1 \quad (3-50)$$

Ulazna admitancija prema jednadžbama (3-48) i (3-50) je

$$Y_{ul} = \frac{G_1 G_2 - \omega^2 C_1 C_2 + j\omega C_1 (G_1 + G_2 + \frac{C_2}{C_1} G_1)}{G_1 + G_2 + j\omega C_2}$$

Nakon racionalizacije nazivnika i sredjivanja te odjeljivanja imaginarnog dijela od realnog dijela izlazi

$$Y_{ul} = \frac{G_1 G_2 (G_1 + G_2) + \omega^2 C_1^2 G_1}{(G_1 + G_2)^2 + \omega^2 C_2^2} \left[ 1 + j \frac{\omega C_1}{G_1} \frac{(G_1 + G_2)^2 + \frac{C_2}{C_1} G_1^2 + \omega^2 C_2^2}{G_2 (G_1 + G_2) + \omega^2 C_1^2} \right] \quad (3-51)$$

Odnosno za slučaj izlazne admitancije

$$Y_{iz} = \frac{G_1 G_2 (G_1 + G_2) + \omega^2 C_1^2 G_1}{(G_1 + G_2)^2 + \omega^2 C_1^2} \left[ 1 + j \frac{\omega C_2}{G_1} \frac{(G_1 + G_2)^2 + \frac{C_1}{G_1} G_1^2 + \omega^2 C_1^2}{G_2 (G_1 + G_2) + \omega^2 C_1^2} \right]. \quad (3-52)$$

Obzirom na činjenicu da je  $\omega C_1 \ll G_1 < G_2$ , može se jednadžba (3-52), napisati u skraćenom obliku

$$Y_{iz} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} [1 + j \delta Q_{or}], \quad \text{gdje je } Q_{or} = \frac{\omega C_1}{G_1 G_2} (G_1 + G_2). \quad (3-53)$$

Ovdje vidimo također da se izlazna admitancija filtera ne razlikuje od slučaja (3-47) kada je na ulazu priključen titrajni krug. Veličina  $\frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}$  pretstavlja serijski spoj otpora izvora i otpora  $\frac{1}{G_1}$ . Iz ovoga slijedi:

**3. Zaključak.** Priključak na ulaz u pojačalo jednočlanog niskog propusta može se tretirati kao da je na ulazu priključen titrajni krug. Ulazna admitancija ima oblik

$$Y = G(1 \pm j \delta Q_o). \quad (3-54)$$

Služeći se analognom metodom kao i u slučaju nelinearne kapacitivnosti, razmotrimo slučaj modulatora sa nelinearnom vodljivošću, koji je interesantan sa gledišta analize utjecaja gubitaka kapacitivne diode na rad parametarskog pojačala.

Ako na neku poluvodičku diodu narinemo neki sinusni napon, onda će se njezina vodljivost mijenjati također periodički. Zamislimo ovakovu nelinearnu vodljivost paralelno priključenu <sup>kapacitivnoj</sup> diodi, tada će na ovoj vladati isti napon uzbuđenog oscilatora kao i kod kapacitivne diode tj.  $u_2 = U_2 \cos \omega t$ . Promjenu vodljivosti prikažimo Fourierovim redom kome uzimamo samo prva dva člana

$$G(t) = G_0 + G_1 \cos \omega_1 t. \quad (3-55)$$

Suma napona različitih frekvencija koji djeluju na nelinearne vodljivosti vezana je sa sumom nastalih struja Ohmovim zakonom, koji glasi

$$\sum_{i=0}^{\infty} i_i(t) = G(t) \sum_{i=0}^{\infty} u_i(t), \quad (3-56)$$

ili u kompleksnom obliku

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} I_i e^{j\omega_i t} = G(t) \sum_{i=-\infty}^{\infty} U_i e^{j\omega_i t} \quad I_{-i} = \bar{I}_i, U_{-i} = \bar{U}_i, e^{j\omega_{-i} t} = e^{-j\omega_i t} \quad (3-57)$$

U ovom kao i u prethodnom slučaju su naponi frekvencije  $f_1$  signala  $U_1$ , uzbuđenog oscilatora  $U_2$ , zatim razlike  $U_3$  i zbroja frekvencija  $U_4$ . Struje se nalaze na istim frekvencijama, pa se može pisati

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \frac{1}{2} [I_1 e^{j\omega_1 t} + \bar{I}_1 e^{-j\omega_1 t}] & u_1(t) &= \frac{1}{2} [U_1 e^{j\omega_1 t} + \bar{U}_1 e^{-j\omega_1 t}] \\ i_2(t) &= \frac{1}{2} [I_2 e^{j\omega_2 t} + \bar{I}_2 e^{-j\omega_2 t}] & u_2(t) &= \frac{1}{2} [U_2 e^{j\omega_2 t} + \bar{U}_2 e^{-j\omega_2 t}] & \omega_3 &= \omega_1 - \omega_1 \\ i_3(t) &= \frac{1}{2} [I_3 e^{j\omega_3 t} + \bar{I}_3 e^{-j\omega_3 t}] & u_3(t) &= \frac{1}{2} [U_3 e^{j\omega_3 t} + \bar{U}_3 e^{-j\omega_3 t}] & \omega_4 &= \omega_1 + \omega_1 \\ i_4(t) &= \frac{1}{2} [I_4 e^{j\omega_4 t} + \bar{I}_4 e^{-j\omega_4 t}] & u_4(t) &= \frac{1}{2} [U_4 e^{j\omega_4 t} + \bar{U}_4 e^{-j\omega_4 t}]. \end{aligned} \quad (3-58 a, b, c, d) \quad (3-59 a, b, c, d)$$

Uvrštavanjem ovih vrijednosti u izraz (3-57) i množenjem te zanemarivanjem frekvencija  $2\omega_1$  dobiva se nakon sredjivanja koeficijenata sa istim

frekvencijama  $\sum_{i=1}^4 \dot{v}_i(t) = (G_0 U_1 + \frac{G_1}{2} \bar{U}_3 + \frac{G_1}{2} U_4) e^{j\omega_1 t} + (G_0 \bar{U}_1 + \frac{G_1}{2} \bar{U}_4 + \frac{G_1}{2} U_3) e^{-j\omega_1 t} + (G_0 U_3 + \frac{G_1}{2} \bar{U}_1) e^{j\omega_3 t} + (G_0 \bar{U}_3 + \frac{G_1}{2} U_1) e^{-j\omega_3 t} + (G_0 U_4 + \frac{G_1}{2} U_1) e^{j\omega_4 t} + (G_0 \bar{U}_4 + \frac{G_1}{2} \bar{U}_1) e^{-j\omega_4 t} + G_0 U_2 (e^{j\omega_2 t} + e^{-j\omega_2 t})$

Odavde dobivamo

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= G_0 \bar{U}_1 + \frac{G_1}{2} \bar{U}_4 + \frac{G_1}{2} U_3 & \bar{I}_1 &= G_0 \bar{U}_1 + \frac{G_1}{2} \bar{U}_4 + \frac{G_1}{2} U_3 \\ \bar{I}_3 &= \frac{G_1}{2} U_1 + G_0 \bar{U}_3 & \bar{I}_3 &= \frac{G_1}{2} \bar{U}_1 + G_0 U_3 & I_2 &= G_0 U_2 & (3-70 a, b, c) \\ \bar{I}_4 &= \frac{G_1}{2} U_1 + G_0 U_4 & \bar{I}_4 &= \frac{G_1}{2} \bar{U}_1 + G_0 \bar{U}_4 \end{aligned}$$

Odaberimo prvi sistem jednadžbi kao i u slučaju nelinearne kapacitivnosti, te uzmimo u obzir gubitke ulaznog  $G_{01}$  i izlaznog kruga  $G_{02}$  možemo napisati

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= (G_0 + G_{01}) U_1 + \frac{G_1}{2} \bar{U}_3 + \frac{G_1}{2} U_4 \\ \bar{I}_3 &= \frac{G_1}{2} U_1 + (G_0 + G_{02}) \bar{U}_3 \\ \bar{I}_4 &= \frac{G_1}{2} U_1 + (G_0 + G_{02}) U_4 \end{aligned} \quad (3-71 a, b, c)$$

Odavde na osnovu 2. Zaključka izlazi da je pojačanje  $< 1$ , jer je za jedan i za drugi bočni pojas

$$\frac{\bar{U}_3}{U_1} = \frac{U_4}{U_1} = \frac{G_1}{2(G_0 + G_{02})} < 1 \quad \text{zbog } G_1 < G_0 \quad (3-72)$$

Drukčiji je slučaj tunnel-diode, gdje je  $G_0$  negativno, tako da pojačanje može biti  $> 1$ , ili povoljni veliko na osnovu izraza

$$\frac{\bar{U}_3}{U_1} = \frac{U_4}{U_1} = \frac{G_1}{2(G_{02} - G_0)} > 1 \quad (3-73)$$

Ukoliko se želi prikazati gubitke kapacitivne diode, ako ona vodi neku malu struju, to možemo zbrojiti matricu vodljivosti sistema jednadžbi (3-35a, b, c) sa matricom admitancije sistema jednadžbi (3-70a, b, c)

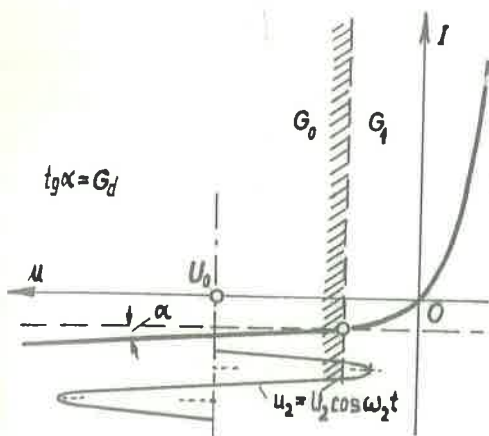
$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} G_{11}(1 + j\delta Q_0) & -j\omega_1 \frac{C_1}{2} & -j\omega_1 \frac{C_1}{2} \\ j\omega_3 \frac{C_1}{2} & G_{22}(1 + j2\delta Q_1) & 0 \\ -j\omega_4 \frac{C_1}{2} & 0 & G_{22}(1 + j2\delta Q_1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_0 & \frac{G_1}{2} & \frac{G_1}{2} \\ \frac{G_1}{2} & G_0 & 0 \\ \frac{G_1}{2} & 0 & G_0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} G_0 + G_{11}(1 + j\delta Q_0) & (\frac{G_1}{2} - j\omega_1 \frac{C_1}{2}) & (\frac{G_1}{2} - j\omega_1 \frac{C_1}{2}) \\ (\frac{G_1}{2} + j\omega_3 \frac{C_1}{2}) & G_0 + G_{22}(1 + j2\delta Q_1) & 0 \\ (\frac{G_1}{2} - j\omega_4 \frac{C_1}{2}) & 0 & G_0 + G_{22}(1 + j2\delta Q_1) \end{bmatrix} \quad (3-74) \end{aligned}$$

Iz ovoga izraza izlazi da gubici u kapacitivnoj diodi, koji su neovisni o uzbuđnom naponu (kao obična linearna vodljivost) djeluju na prigušenje ulaznog i izlaznog kruga, dok prvi harmonik nelinearne vodljivosti  $G_1$  utječe nepovoljno na prenosna svojstva četveropola u smislu poremećaja faznih odnosa. Smanjenje prenosne admitancije  $Y_{12}$  bi bilo povoljno zbog smanjenja povratne veze, koja izaziva nestabilnost pojačala. Ukoliko bi se uzbuđna nelinearne vodljivosti izvela naponom u fazi zakrenutim za  $90^\circ$  prema uzbuđnom naponu oscilatora, veličina  $\frac{G_1}{2}$  bi postala  $j \frac{G_1}{2}$ , pa bi se na taj

način mogla potpuno kompenzirati prenosna admitancija  $Y_{12} = \frac{1}{2}j(G_1 - \omega_1 C_1) = 0$  [10]. Ovo ali ne bi bilo primjenljivo u području niskih frekvencija, gdje se  $\omega_1$  mijenja od 0 do  $\omega_{1g}$ . Najpovoljnije rješenje za jednostepeno parametarsko pojačalo mogli bismo ostvariti primjenom kapacitivne povratne veze. Ako nakon idealne demodulacije niskofrekventni signal dovedemo preko kapaciteta  $C_x$  na ulaz pojačala, onda bi prenosna admitancija  $Y_{12}$  bila

$$Y_{12} = -j(\omega_1 \frac{C_1}{2} - \omega_1 C_x) . \quad (3-75)$$

Ukoliko se načini da je  $C_x = \frac{C_1}{2}$ , nestat će povratne veze i pojačalo se može smatrati nerecipročnim tj. kao "izolator". Utjecaj  $C_x$  na admitanciju  $Y_{21}$  je zanemariv. Ipak ovaj način nailazi kod praktične primjene na izvjesne poteškoće i u slučaju jednostepenog pojačala.



Sl. 9

Na sl.9 predočena je strujno-naponska karakteristika diode (vrijedi i za kapacitivnu), koja se može predočiti izrazom

$$i = I_f (e^{\frac{u}{U_k}} + G_d \frac{u}{I_f} - 1) . \quad (3-76)$$

Ukoliko se radi kod parametarskog pojačala sa čvrstim prednaponom  $U_0$ , a napon uzbude ne prelazi u područje  $G_1$ , nego ostaje gdje je karakteristika linearna, djelovat će samo vremenski nepromjenljiva vodljivost  $G_0 = G_d$ , koja će prigušivati samo

titrajni krug, ali neće imati utjecaj na prenosne admitancije. Isti je otprilike slučaj i kod automatskog stvaranja prednapona  $U_0$  na otporu  $R_0$ , koji izlazi paralelno priključen otporu  $\frac{1}{G_d}$ . Kod velike vodljivosti  $G_d$  ne može se stvoriti veći prednapon bez većeg utroška energije, pa se pojavljuje i vodljivost  $G_1$  u dosta velikom iznosu.

Odredimo još pogonsko pojačanje snage (pogonsko gušenje, Übertragungsgewinn, Übertragungsleistungsverstärkung, Transducer gain), koje ćemo u buduće zvati samo pojačanje snage i obilježavati sa  $A_s$ . Poznavanje pojačanja snage nekog aktivnog četveropola od naročite je važnosti za daljnja razmatranja. Pojačanje snage za niskofrekventno parametarsko pojačalo, koje smo dosada obrađivali je prema definiciji

$$A_s = \frac{|\bar{U}_3 + U_4|^2 G_p}{4 G_g |I_1|^2} = 4 G_g G_p \left| \frac{Y_{21}'}{Y_{22}'} + \frac{Y_{21}''}{Y_{22}''} \right|^2 \left| \frac{U_1}{I_1} \right|^2 ,$$

odakle izlazi da je

$$A_s = 4G_g G_p \frac{\left| \frac{Y_{21}'}{Y_{22}'} + \frac{Y_{21}''}{Y_{22}''} \right|^2}{|Y_{ul}|^2} \quad (3-77)$$

Uvrstivši još vrijednost za ulaznu vodljivost (3-37) dobiva se oblik

$$A_s = \frac{4G_g G_p \left| \frac{Y_{21}'}{Y_{22}'} + \frac{Y_{21}''}{Y_{22}''} \right|^2}{|Y_{ul}|^2 \left| 1 - \frac{Y_{12} Y_{21}'}{Y_{11} Y_{22}'} - \frac{Y_{12} Y_{21}''}{Y_{11} Y_{22}''} \right|^2} \quad (3-78)$$

Ako pogledamo izraz za pojačanje samo jednog bočnog pojasa izlazi:

$$A_s = \frac{4G_g G_p \left| \frac{Y_{21}'}{Y_{22}'} \right|^2}{|Y_{ul}|^2 \left| 1 - \frac{Y_{12} Y_{21}'}{Y_{11} Y_{22}'} \right|^2} \quad (3-79)$$

Ovdje kvocijent  $\frac{Y_{21}'}{Y_{22}'}$  pretstavlja naponsko pojačanje  $A_n'$  dotičnog bočnog pojasa, dok veličina  $\frac{Y_{12} Y_{21}'}{Y_{11} Y_{22}'}$  u analogiji sa pojačalom sa povratnom vezom odgovara faktoru povratne veze, koga ćemo u buduće označavati općenito sa štampanim slovom  $K$  za slučaj  $\delta = 0$  (rezonancija), inače ćemo ga označavati sa velikim pisanim slovom  $\mathcal{K}$ . U ovom slučaju, ako je  $\mathcal{K} = \frac{Y_{12} Y_{21}'}{Y_{11} Y_{22}'}$ , a naponsko pojačanje  $A_n' = \frac{Y_{21}'}{Y_{22}'}$ , onda bi koeficijent povratne veze ( $\beta'$ ) bio  $\beta' = \frac{Y_{12}}{Y_{11}}$ . Prema tome, ako ne želimo povratnu vezu, koja je pogotovo nepovoljna kod kaskadiranja pojačala (što ćemo vidjeti kasnije) potrebno je izvesti  $Y_{12} = 0$ . U ovom slučaju je  $\beta' = 0$  i  $\mathcal{K} = 0$ , ali je  $A_n' \neq 0$ . Ranije smo pokazali (3-75) kako se to može u principu izvesti kapacitivnom povratnom vezom.

Admitancije  $Y_{12}$  i  $Y_{21}$  možemo u buduće smatrati susceptancijama, jer su gubici koji predstavljaju konduktancije, zanemarivi (gubici kapacitivne diode). Admitancije pak titrajnog kruga:  $Y_{22}'$  za razliku i  $Y_{22}''$  za zbroj frekvencija, dadu se izraziti već poznatim relacijama (3-33) i (3-34). Ubuduće ćemo radi kratkoće pisanja koristiti normiranu oznaku  $x_1 = 2\Delta Q_1$ . Da bi slučaj poopćili uzmimo još mogućnost postojanja "nesklada" tj. da se frekvencija uzbuđenog oscilatora razlikuje od rezonantne frekvencije titrajnog kruga  $\omega_0$  za iznos  $\omega_4$ . Kao i u prethodnom slučaju uvodimo pojam "relativnog nesklada" sa  $\Delta = \frac{\omega_4}{\omega_0}$ , a "normirani nesklad" pretstavimo veličinom

$$z_1 = 2\Delta Q_1 \quad (3-80)$$

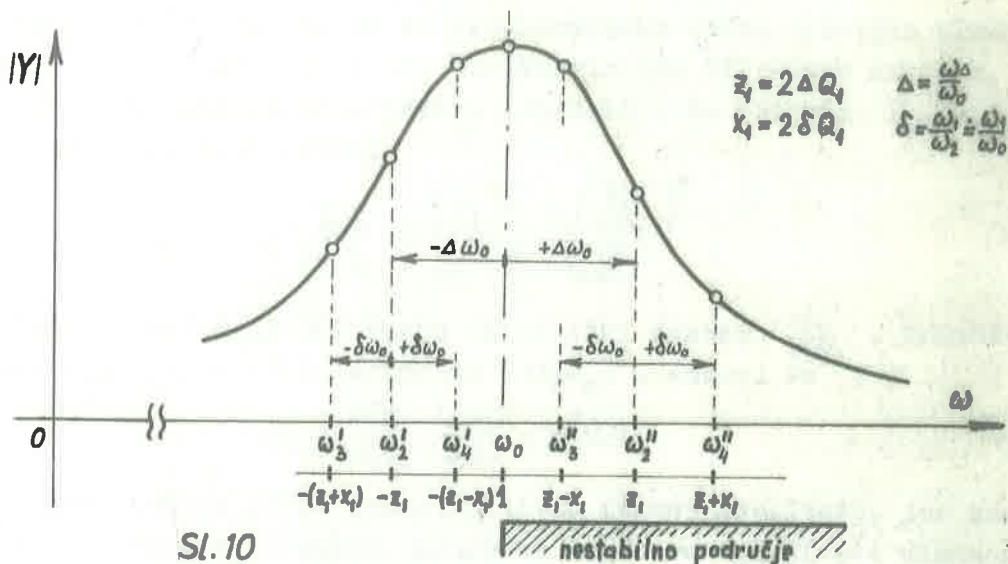
Sve ove odnose lako je uočiti na sl.10.

Tako vidimo, (sl.10) da bi u slučaju pozitivnog "normiranog nesklada" ili kraće samo "nesklada" prošireni izrazi za admitancije titrajnog kruga kod razlike  $Y_{22}'$  odnosno zbroja  $Y_{22}''$  frekvencija glasili

$$Y_{22}' = G_{22} [1 - j(z_1 - x_1)] ; \quad Y_{22}'' = G_{22} [1 + j(z_1 + x_1)] \quad (3-81) (3-82)$$

Ako ovdje još imaginarni dio admitancije  $Y_{22}'$  ( $\omega_3$ ) označimo sa  $B_{1-} = z_1 - x_1$  odnosno admitancije  $Y_{22}''$  ( $\omega_4$ ) sa  $B_{1+} = z_1 + x_1$ , onda se može skraćeno pisati

$$Y_{22}' = G_{22} (1 - jB_{1-}) ; \quad Y_{22}'' = G_{22} (1 + jB_{1+}) \quad (3-83) (3-84)$$



Sl. 10

Za daljnja razmatranja bi bilo zgodno u brojniku relacije za pojačanje snage (3-78) izraziti omjere  $\frac{Y_{21}'}{Y_{11}'}$  i  $\frac{Y_{21}''}{Y_{22}''}$  sa faktorom povratne veze  $\mathcal{K}$ . U tom smislu proširimo navedene omjere na slijedeći način:

$$\frac{Y_{21}'}{Y_{22}'} = \frac{Y_{21p}'}{Y_{22}'} = \frac{\sqrt{Y_{21p}' \cdot Y_{21p}'}}{\sqrt{Y_{22}' \cdot Y_{22}'}} \sqrt{\frac{Y_{11}}{Y_{12}}} \sqrt{\frac{Y_{12}}{Y_{11}}} = \sqrt{\frac{Y_{11}}{Y_{22}'}} \sqrt{\frac{Y_{12} Y_{21p}'}{Y_{11} Y_{22}'}} \frac{Y_{21p}'}{Y_{11}} = \sqrt{\frac{Y_{11}}{Y_{22}'}} \sqrt{\mathcal{K}_0' \frac{\omega_1}{\omega_0}}$$

Ovdje indeks p označuje, da se uzima samo pozitivna vrijednost susceptancije. Kako je susceptancija  $Y_{11}'$  pozitivna, to je  $Y_{11}' = Y_{21p}'$ . U slučaju omjera  $\frac{Y_{21}''}{Y_{22}''}$  kod kojega susceptancija  $Y_{21}''$  ima negativni predznak može se napisati, da je  $Y_{21}'' = -Y_{21p}''$  odnosno

$$\frac{Y_{21}''}{Y_{22}''} = -\frac{Y_{21p}''}{Y_{22}''} = -\sqrt{\frac{Y_{11}}{Y_{22}''}} \sqrt{\frac{Y_{12} Y_{21p}'' \cdot Y_{21p}''}{Y_{11} Y_{22}'' \cdot Y_{12}}} = -\sqrt{\frac{Y_{11}}{Y_{22}''}} \sqrt{\mathcal{K}_0'' \frac{\omega_1}{\omega_0}}$$

Na osnovu dosadašnjeg lako je odrediti faktore povratne veze sa brojem  $\mathcal{K}_0'$  i razliku frekvencija  $\mathcal{K}_0'$  kao

$$\frac{Y_{12} Y_{21}'}{Y_{11} Y_{22}'} = \frac{\omega_1 \omega_3 C_1^2}{4G_{11} G_{22} (1 + j2\delta Q_0)(1 - jB_{1-})} = \frac{\omega_2^2 C_1^2 (\frac{\omega_1}{\omega_2})}{4G_{11} G_{22} (1 - jB_{1-})} = \mathcal{K}_0' \quad (3-85)$$

$$\frac{Y_{12} Y_{21}''}{Y_{11} Y_{22}''} = -\frac{Y_{12} Y_{21p}''}{Y_{11} Y_{22}''} = -\frac{\omega_1 \omega_4 C_1^2}{4G_{11} G_{22} (1 + j2\delta Q_0)(1 + jB_{1+})} = -\frac{\omega_2^2 C_1^2 (\frac{\omega_1}{\omega_2})}{4G_{11} G_{22} (1 + jB_{1+})} = -\mathcal{K}_0'' \quad (3-86)$$

Pri tome se uzima, da je  $2\delta Q_0 \ll 1$   $\omega_3 \approx \omega_4 \approx \omega_2$  (odakle je  $Y_{21}' + Y_{21}'' \approx Y_{21}$ )  
Ako se ove veličine uvrste u izraz za pojačanje snage (3-78) islazi:

$$A_s = 4 \frac{G_4 G_p}{|Y_{11} Y_{22}|} \frac{\left| \sqrt{\mathcal{K}_0' \frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\mathcal{K}_0'' \frac{\omega_1}{\omega_2}} \right|^2}{\left| 1 - (\mathcal{K}_0' - \mathcal{K}_0'') \right|^2} \quad (3-87)$$

Budući su admitancije  $Y_{11}$  i  $Y_{22}$  frekvencijski ovisne, bolje ih je izraziti "čistim" vodljivostima  $G_{11}$  i  $G_{22}$ , dok frekvencijski ovisan dio ostaviti unutar zagrada. Kako smo već pretpostavili tako ćemo i u svim

slučajevima ubuduće uzimati da je frekvencijska karakteristika ulaznog kruga mnogo šira od frekvencijske karakteristike titrajnih krugova, te da nema utjecaja na opću karakteristiku pojačala i da vrijedi  $Y_{11} = G_{11}$ . Na osnovu ovoga se može pisati

$$A_s = 4 \frac{G_g G_p}{G_{11} G_{22}} \frac{1}{\eta} \frac{\left[ \left| \frac{\mathcal{X}_0'}{1-jB_{1-}} - \frac{\mathcal{X}_0''}{1+jB_{1+}} \right| \right]^2}{\left| 1 - (\mathcal{X}_0' - \mathcal{X}_0'') \right|^2} \quad (3-88)$$

Izrazi (3-85) i (3-86) imaju zajednički faktor  $\frac{\omega_2^2 C_1^2}{4G_{11}G_{22}}$ . Pomnožimo i podijelimo ovaj zajednički faktor sa  $(\omega_2 C_0)^2$ , dobiva se

$$K_0 = \frac{\omega_2^2 C_1^2 (\omega_2 C_0)^2}{4G_{11}G_{22} (\omega_2 C_0)^2} = \gamma^2 Q_x Q_1 \quad (3-89)$$

$Q_x$  pretstavlja ovdje jedan fiktivan faktor kvalitete, jer susceptanciji  $\omega_2 C_0$  izlaznog titrajnog kruga ne odgovara vodljivost ulaznog kruga  $G_{11}$ . Veza između  $Q_x$  i  $Q_1$  je

$$Q_x = \frac{G_{22}}{G_{11}} Q_1 \quad (3-90)$$

Na osnovu ovoga mogu se faktori povratne veze izraziti kao

$$\mathcal{X}_0' = \frac{\delta K_0}{1-jB_{1-}}, \quad \mathcal{X}_0'' = \frac{\delta K_0}{1+jB_{1+}} \quad (3-91)(3-92)$$

Uvrstimo li netom dobivene izraze (3-91) i (3-92) u izraz za pojačanje snage, te nakon uvrštavanja vrijednosti za  $B_{1-}$  i  $B_{1+}$  i sredjivanja brojnika, izlazi da je

$$A_s = -4 \frac{G_g G_p}{G_{11} G_{22}} \frac{4K_0 z_1^2}{|(1+2jx_1+z_1^2-x_1^2)|} \frac{1}{\left| 1 - (\mathcal{X}_0' - \mathcal{X}_0'') \right|^2} \quad (3-93)$$

Oдавде proizlazi činjenica, da je nemoguće ostvariti pojačanje bez nesklada ( $z_1 \neq 0$ ).

**4. Zaključak.** Kod niskofrekventnih parametarskih pojačala za ostvarenje pojačanja nužan je uvjet postojanje nesklada tj.  $z_1 \neq 0$ . -

Ovo vrijedi za parametarsko pojačalo tipa modulator sa zbrojem i razlikom frekvencija, no kako je ovaj tip pojačala nužno prisutan kao prvi stupanj kod svih sistema niskofrekventnih parametarskih pojačala, to se zaključak proteže na sve tipove niskofrekventnih parametarskih pojačala.

Kod  $z_1 = 0$  pojavljuje se u stvarnosti samo druga harmonika frekvencije uzbudnog oscilatora (sl.7d), koja je iz ove analize isključena. Činjenice ovdje iznesene mogu se i grafičkim putem dokazati. Rezultati

mjerjenja, koji potvrđuju iznesene stavove dati su u posljednjem poglavlju.

Ovaj će slučaj biti kasnije još detaljnije analiziran.-

### 3.3. Smisao kaskadiranja

Budući da se ne može očekivati naročito veliko pojačanje od samo jednog stupnja, blizu je pomisao, da bi se spajanjem više pojačala u kaskadu (kaskadiranje) po analogiji sa klasičnim pojačalima sa elektronskim cijevima i tranzistorima moglo ostvariti mnogo veće pojačanje. Kao najpogodniji oblik parametarskog pojačala sa najvećim mogućim pojačanjem bio bi svakako modulator sa razlikom odnosno zbrojem frekvencija. Ovdje se može u prvoj aproksimaciji pretpostaviti, da na ulazu djeluje jedna frekvencija, jer se oba bočna pojasa nalaze u neposrednoj blizini nosioca (npr. 600  $\pm$ 3kHz). Ipak ćemo naredna razmatranja, radi veće tačnosti naročito što se tiče prvih nekoliko stupnjeva, provesti promatrajući zbroj ili razliku frekvencija odvojeno. Izrazi dobiveni za jednu frekvenciju po svom obliku se ne razlikuju od izraza za drugu frekvenciju. Sva razlika je sadržana u razlici faktora povratne veze  $K_1'$  i  $K_1''$  te njihovom predznaku. Uzmimo u razmatranje razliku frekvencija tj. jednadžbe (3.36a) i (3-36b)

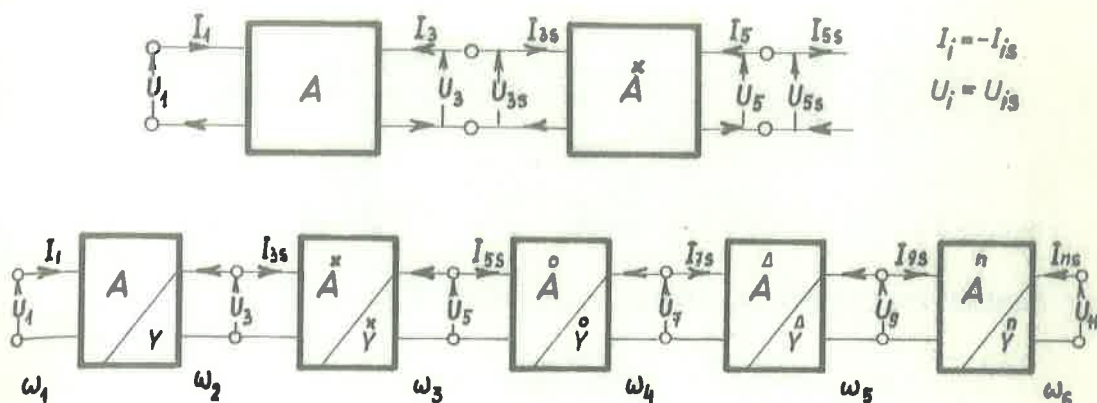
$$I_1 = Y_{11} U_1 + Y_{12} \bar{U}_3 \quad (3-94)$$

$$\bar{I}_3 = Y_{21}' U_1 + Y_{21}'' \bar{U}_3 . \quad (3-95)$$

Budući da bi na sve vrijednosti admitancija trebalo staviti oznaku ( $'$ ), ovu ćemo za sada ispustiti i postaviti je kod konačnih rezultata na odgovarajuće vrijednosti. Kako su mjesta za indeks kod admitancija već popunjena sa dvije znamenke, označit ćemo elemente svake matrice oznakama iznad slova  $Y$ . Tako redom po stupnjevima možemo pisati  $Y$ ,  $\bar{Y}$ ,  $\hat{Y}$ ,  $\check{Y}$  i  $\ddot{Y}$ . Analizirat ćemo samo četiri slučaja, što je dovoljno da bismo mogli uočiti zakonitost u gradnji pojedinih izraza.

Na sl.11 prikazano je pet četveropola sa svim novouvedenim oznakama. Da bi se izvršilo kaskadiranje potrebno je strujne jednadžbe četveropola pretvoriti u prijenosne jednadžbe. Pri tome za svaki element matrice admitancije vrijedi slijedeća veza sa koeficijentima prijenosne matrice.





$$I_1 = -I_{1s}$$

$$U_1 = U_{1s}$$

Sl.11

$$A_{11} = -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} \quad (3-96a) \quad A_{12} = -\frac{1}{Y_{21}} \quad (3-96b)$$

$$A_{21} = -\frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{Y_{21}} \quad (3-96c) \quad A_{22} = -\frac{Y_{11}}{Y_{21}} \quad (3-96d)$$

Prijenosne jednađbe u našem slučaju glase

$$U_{3s} = \check{A}_{11} U_5 - \check{A}_{12} I_5, \quad (3-97)$$

$$I_{3s} = \check{A}_{21} U_5 - \check{A}_{22} I_5. \quad (3-98)$$

Budući da smo odabrali smjer struja i na ulazu i na izlazu četveropola orjentiran prema četveropolu (i kod strujnih i prijenosnih jednađbi), to je potrebno kod kaskadiranja izvršiti promjenu smjera izlaznih struja, jer je on obrnut od ulaznog smjera  $I_1 = -I_{1s}$ . Sa indeksom "s" označujemo ulaznu struju ili napon slijedećeg četveropola. Kod napona nema nikakvih promjena pa je  $U_1 = U_{1s}$ . Sve je ovo naznačeno na sl.11. U narednom računu se nećemo služiti matričnim računom tj. određivanjem izlaznih struja i napona množenjem prenosnih matrica, jer bi nam taj način onemogućio sažimanja pojedinih karakterističnih razlomaka veličinama (3-101), koje pretstavljaju faktor povratne veze i znatno pojednostavnjuju proračun. Nakon svakog stupnja sredit ćemo strukturu koeficijenata tako, da se iz nastalih jednađbi novog četveropola, može zaključiti na zakonitost u njihovom formiranju.

Druga jednađba (3-95) prvog četveropola sa novim strujama i naponima glasi

$$-I_{3s} = I_3 = Y_{21} U_1 + Y_{22} U_{3s}.$$

Ako u ovu jednađbu uvrstimo za  $I_{3s}$  i  $U_{3s}$  vrijednosti dane jednađbama (3-98) i (3-97) dobiva se

$$-\check{A}_{21} U_5 + \check{A}_{22} I_5 = Y_{21} U_1 + Y_{22} \check{A}_{11} U_5 - Y_{22} \check{A}_{12} I_5,$$

odakle zbrajanjem koeficijenata uz  $U_5$  i  $I_5$  te uvrštavanjem vrijednosti

koeficijenta  $\check{A}_{11}, \check{A}_{12}, \check{A}_{21}, \check{A}_{22}$  izraženih admitancijama izlazi

$$I_5 = \frac{Y_{21}}{Y_{21}\check{A}_{12} + \check{A}_{21}} U_1 + \frac{Y_{22}\check{A}_{11} + \check{A}_{21}}{Y_{22}\check{A}_{12} + \check{A}_{22}} U_5 = \frac{Y_{21}}{-Y_{22}\frac{\check{Y}_{21}}{\check{Y}_{11}} - \frac{\check{Y}_{11}}{\check{Y}_{22}}} U_1 + \frac{-Y_{22}\frac{\check{Y}_{21}}{\check{Y}_{11}} - \frac{[\check{Y}]}{\check{Y}_{11}}}{-Y_{22}\frac{\check{Y}_{21}}{\check{Y}_{11}} - \frac{\check{Y}_{11}}{\check{Y}_{22}}} U_5$$

$$I_5 = \frac{-Y_{21}\check{Y}_{21}}{Y_{22} + \check{Y}_{11}} U_1 + \check{Y}_{22} \left[ 1 - \frac{\check{Y}_{12}\check{Y}_{21}}{\check{Y}_{22}(Y_{22} + \check{Y}_{11})} \right] U_5 \quad (3-99)$$

Pri tome razlomak u uglastoj zagradi po svojoj strukturi predstavlja faktor povratne veze

$$\mathcal{K}_1^* = \frac{\check{Y}_{12}\check{Y}_{21}}{(Y_{22} + \check{Y}_{11})\check{Y}_{22}} \quad (3-100)$$

Ovdje oznaka (\*) označava da se radi o posljednjem stupnju, koji nije opterećen, niti vodljivošću narednog stupnja ( $\check{Y}_{11}$ ), niti vodljivošću potrošača  $G_p$ . U protivnom slučaju ne stavljamo oznaku (\*) i pišemo

$$\mathcal{K}_1 = \frac{\check{Y}_{12}\check{Y}_{21}}{(Y_{22} + \check{Y}_{11})(\check{Y}_{22} + \check{Y}_{11})} \quad (3-101)$$

Sada jednačba (3-99) glasi

$$I_5 = -\frac{Y_{21}\check{Y}_{21}}{Y_{22} + \check{Y}_{11}} U_1 + \check{Y}_{22} [1 - \mathcal{K}_1^*] U_5 \quad (3-102)$$

a naponsko pojačanje za  $I_5 = 0$  je

$$\frac{U_5}{U_1} = \frac{Y_{21}\check{Y}_{21}}{(Y_{22} + \check{Y}_{11})\check{Y}_{22}(1 - \mathcal{K}_1^*)} \quad (3-103)$$

Analogno pokazanom postupku za prvi i drugi stupanj možemo izvesti jednačbe za uključeni i treći stupanj. Tako je sada

$$U_{55} = \check{A}_{11} U_7 - \check{A}_{12} I_7 \quad U_5 = U_{55} \quad (3-104)$$

$$I_{55} = \check{A}_{21} U_7 - \check{A}_{22} I_7 \quad \text{gdje je } I_5 = -I_{55} \quad (3-105)$$

$$-\check{A}_{21} U_7 + \check{A}_{22} I_7 = -\frac{Y_{21}\check{Y}_{21}}{Y_{22} + \check{Y}_{11}} U_1 + \check{Y}_{22} (1 - \mathcal{K}_1^*) \check{A}_{11} U_7 - \check{A}_{12} \check{Y}_{22} (1 - \mathcal{K}_1^*) I_7$$

$$I_7 [\check{A}_{22} + \check{A}_{12} (1 - \mathcal{K}_1^*) \check{Y}_{22}] = -\frac{Y_{21}\check{Y}_{21}}{Y_{22} + \check{Y}_{11}} U_1 + [\check{Y}_{22} (1 - \mathcal{K}_1^*) \check{A}_{11} + \check{A}_{21}] U_7$$

$$I_7 = \frac{Y_{21}\check{Y}_{21}\check{Y}_{21}}{(Y_{22} + \check{Y}_{11})[\check{Y}_{11} + \check{Y}_{22}(1 - \mathcal{K}_1^*)]} U_1 + \frac{\check{Y}_{22}(1 - \mathcal{K}_1^*)\check{Y}_{22} + \check{Y}_{11}\check{Y}_{22} - \check{Y}_{12}\check{Y}_{21}}{\check{Y}_{11} + \check{Y}_{22}(1 - \mathcal{K}_1^*)} U_7$$

$$I_7 = \frac{Y_{21}\check{Y}_{21}\check{Y}_{21}}{(Y_{22} + \check{Y}_{11})[\check{Y}_{11} + \check{Y}_{22}(1 - \mathcal{K}_1^*)]} U_1 + \check{Y}_{22} \left[ 1 - \frac{\check{Y}_{12}\check{Y}_{21}}{\check{Y}_{22}[\check{Y}_{11} + \check{Y}_{22}(1 - \mathcal{K}_1^*)]} \right] U_7$$

pri tome je

$$\check{Y}_{11} + \check{Y}_{22}(1 - \mathcal{K}_1^*) = \check{Y}_{11} + \check{Y}_{22} - \frac{\check{Y}_{12}\check{Y}_{21}}{Y_{22} + \check{Y}_{11}} = (\check{Y}_{11} + \check{Y}_{22}) \left[ 1 - \frac{\check{Y}_{12}\check{Y}_{21}}{(\check{Y}_{11} + \check{Y}_{22})(Y_{22} + \check{Y}_{11})} \right] = (\check{Y}_{11} + \check{Y}_{22})(1 - \mathcal{K}_1)$$

Supstitucijom ovog izraza u prethodnu jednadžbu imamo dalje

$$I_7 = \frac{Y_{21} \hat{Y}_{21} \hat{Y}_{21}}{(Y_{22} + \hat{Y}_{11})(\hat{Y}_{11} + \hat{Y}_{22})(1 - X_1)} U_1 + \hat{Y}_{22} \left[ 1 - \frac{\hat{Y}_{22} \hat{Y}_{21}}{\hat{Y}_{22}(\hat{Y}_{11} + \hat{Y}_{22})(1 - X_1)} \right] U_7$$

$$I_7 = \frac{Y_{21} \hat{Y}_{21} \hat{Y}_{21}}{(Y_{22} + \hat{Y}_{11})(\hat{Y}_{11} + \hat{Y}_{22})(1 - X_1)} U_1 + \hat{Y}_{22} \left[ 1 - \frac{X_2^*}{1 - X_1} \right] U_7 \quad (3-106)$$

Odakle je izraz za naponsko pojačanje uz  $I_7 = 0$

$$\frac{U_7}{U_1} = - \frac{Y_{21} \hat{Y}_{21} \hat{Y}_{21}}{(Y_{22} + \hat{Y}_{11})(\hat{Y}_{11} + \hat{Y}_{22}) \hat{Y}_{22} (1 - X_1) \left( 1 - \frac{X_2^*}{1 - X_1} \right)} \quad (3-107)$$

Potpuno istim postupkom samo sa sve više računa određuju se jednadžbe u slučaju priključenog i četvrtog stupnja

$$U_7 = \hat{A}_{11} U_9 - \hat{A}_{12} I_9$$

$$I_7 = \hat{A}_{21} U_9 - \hat{A}_{22} I_9$$

gdje je  $I_7 = -I_{7s}$   
 $U_7 = U_{7s}$

Korištenjem druge prenosne jednadžbe i izraza (3-106) dobiva se definitivno

$$I_9 = \frac{-Y_{21} \hat{Y}_{21} \hat{Y}_{21} \hat{Y}_{21}}{(Y_{22} + \hat{Y}_{11})(\hat{Y}_{22} + \hat{Y}_{11})(\hat{Y}_{11} + \hat{Y}_{22})(1 - X_1) \left( 1 - \frac{X_2^*}{1 - X_1} \right)} U_1 + \hat{Y}_{22} \left( 1 - \frac{X_2^*}{1 - \frac{X_2^*}{1 - X_1}} \right) U_9 \quad (3-108)$$

i izraz za naponsko pojačanje ( $I_9 = 0$ )

$$\frac{U_9}{U_1} = \frac{Y_{21} \hat{Y}_{21} \hat{Y}_{21} \hat{Y}_{21}}{(Y_{22} + \hat{Y}_{11})(\hat{Y}_{22} + \hat{Y}_{11})(\hat{Y}_{11} + \hat{Y}_{22})(1 - X_1) \left( 1 - \frac{X_2^*}{1 - X_1} \right) \left( 1 - \frac{X_2^*}{1 - \frac{X_2^*}{1 - X_1}} \right)} \quad (3-109)$$

Za peti stupanj vrijedi

$$U_9 = \hat{A}_{11} U_{11} - \hat{A}_{12} I_{11}$$

$$I_9 = \hat{A}_{21} U_{11} - \hat{A}_{22} I_{11}$$

gdje je  $I_9 = -I_{9s}$   
 $U_9 = U_{9s}$

$$I_{11} = \frac{+ Y_{21} \hat{Y}_{21} \hat{Y}_{21} \hat{Y}_{21} \hat{Y}_{21}}{(Y_{22} + \hat{Y}_{11})(\hat{Y}_{22} + \hat{Y}_{11})(\hat{Y}_{22} + \hat{Y}_{11})(\hat{Y}_{21} + \hat{Y}_{11})(1 - \frac{X_3^*}{1 - X_1}) \left( 1 - \frac{X_2^*}{1 - X_1} \right) (1 - X_4)} U_1 + \hat{Y}_{22} \left[ 1 - \frac{X_4^*}{1 - \frac{X_3^*}{1 - \frac{X_2^*}{1 - X_1}}} \right] U_{11} \quad (3-110)$$

$$\frac{U_{11}}{U_1} = - \frac{Y_{21} \hat{Y}_{21} \hat{Y}_{21} \hat{Y}_{21} \hat{Y}_{21}}{(Y_{22} + \hat{Y}_{11})(\hat{Y}_{22} + \hat{Y}_{11})(\hat{Y}_{22} + \hat{Y}_{11})(\hat{Y}_{21} + \hat{Y}_{11})(1 - X_4) \left( 1 - \frac{X_3^*}{1 - X_1} \right) \left( 1 - \frac{X_2^*}{1 - \frac{X_2^*}{1 - X_1}} \right) \left( 1 - \frac{X_4^*}{1 - \frac{X_3^*}{1 - \frac{X_2^*}{1 - X_1}}} \right)} \quad (3-111)$$

Na ovaj način smo odredili naponsko pojačanje i drugu strujnu jednadžbu nastalih višestepenih četveropola. Odredimo sada još prve jednadžbe višestepenog četveropola.

Supstitucijom u prvu strujnu jednadžbu (3-94) prvog stupnja, prve prijenosne jednadžbe drugog stupnja (3-97), izlazi

$$I_1 = Y_{11} U_1 + Y_{12} U_3 = Y_{11} U_1 + Y_{12} \hat{A}_{11} U_5 - Y_{12} \hat{A}_{12} I_5, \quad U_3 = U_{3s}$$

dalje imamo

$$I_1 = Y_{11} U_1 + Y_{12} \hat{A}_{11} U_5 + Y_{12} \hat{A}_{12} \frac{Y_{21} \hat{Y}_{21}}{Y_{22} + \hat{Y}_{11}} U_1 - \hat{Y}_{22} \hat{Y}_{12} \hat{A}_{12} [1 - X_4^*] U_5$$

$$I_1 = (Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + \hat{Y}_{11}}) U_1 - [Y_{12} \frac{\hat{Y}_{22}}{\hat{Y}_{21}} - Y_{12} \frac{\hat{Y}_{22}}{\hat{Y}_{21}} (1 - X_4^*)] U_5$$

$$I_1 = \left( Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} \right) U_1 - \frac{Y_{12} \dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}} [1 - (1 - X_1^*)] U_5$$

$$\dot{I}_1 = \left( Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} \right) U_1 - \frac{Y_{12} \dot{Y}_{22}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} U_5 \quad (3-112)$$

Ovo je prva strujna jednačba četveropola sastavljenog od dvaju četveropola tj. prvog i drugog stupnja pojačala. Istim postupkom tj. uvrštavanjem prve prijenosne jednačbe za treći stupanj (3-104) u netom dobiveni izraz (3-112) dobiva se uz izražene veličine  $\dot{A}_{11}$  i  $\dot{A}_{12}$  admittancijama

$$I_1 = \left( Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} \right) U_1 + \frac{Y_{12} \dot{Y}_{22}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} \frac{\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}} U_7 - \frac{Y_{12} \dot{Y}_{22}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} \frac{1}{\dot{Y}_{21}} I_7$$

Supstitucijom struje  $I_7$  pretstavljene izrazom (3-106) u tek napisanu jednačbu izlazi

$$I_1 = \left( Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} \right) U_1 + \frac{Y_{12} \dot{Y}_{22}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} \frac{\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}} U_7 - \frac{1}{\dot{Y}_{21}} \frac{Y_{12} \dot{Y}_{22}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} \frac{Y_{21} \dot{Y}_{21} \dot{Y}_{22}}{(Y_{22} + \dot{Y}_n)(\dot{Y}_{21} + \dot{Y}_{22})(1 - X_1)} - \frac{1}{\dot{Y}_{21}} \frac{Y_{12} \dot{Y}_{22} \dot{Y}_{22}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} [1 - \frac{X_1^*}{1 - X_1}] U_7$$

$$I_1 = \left[ Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} - \frac{Y_{12} Y_{21} \dot{Y}_{22}}{(Y_{22} + \dot{Y}_n)(\dot{Y}_{21} + \dot{Y}_{22})(1 - X_1)} \right] U_1 + \left[ \frac{Y_{12} \dot{Y}_{22}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} \frac{\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}} - \frac{Y_{12} \dot{Y}_{22} \dot{Y}_{22}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} (1 - \frac{X_1^*}{1 - X_1}) \right] U_7$$

$$I_1 = \left[ Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} \left( 1 + \frac{X_1}{1 - X_1} \right) \right] U_1 + \frac{Y_{12} \dot{Y}_{22}}{(Y_{22} + \dot{Y}_n)(\dot{Y}_{21} + \dot{Y}_{22})(1 - X_1)} U_7$$

$$I_1 = \left[ Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} \frac{1}{1 - X_1} \right] U_1 + \frac{Y_{12} \dot{Y}_{22}}{(Y_{22} + \dot{Y}_n)(\dot{Y}_{21} + \dot{Y}_{22})(1 - X_1)} U_7 \quad (3-113)$$

Na isti način izračunavamo prvu strujnu jednačbu četveropola, koji je pretstavljen sistemom od četiri stupnja. Uvrštavanjem u jednačbu (3-113) druge strujne jednačbe (3-108) za  $I_9$  te nakon nešto dužeg računa dobiva se

$$I_1 = \left[ Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + \dot{Y}_n} \left( \frac{1}{1 - X_1} + \frac{X_1 X_2}{(1 - X_1)^2 (1 - \frac{X_2}{1 - X_1})} \right) \right] U_1 - \frac{Y_{12} \dot{Y}_{22} \dot{Y}_{22}}{(Y_{22} + \dot{Y}_n)(\dot{Y}_{21} + \dot{Y}_{22})(\dot{Y}_{21} + \dot{Y}_{22})(1 - X_1)(1 - \frac{X_2}{1 - X_1})} U_9$$

Pri tome se može pokazati da vrijedi

$$\frac{1}{1 - X_1} + \frac{X_1 X_2}{(1 - X_1)^2 (1 - \frac{X_2}{1 - X_1})} = \frac{1 - X_1 - X_2 + X_1 X_2}{(1 - X_1)(1 - X_1 - X_2)} = \frac{1 - X_2}{1 - X_1 - X_2} = \frac{1}{1 - \frac{X_2}{1 - X_1}}$$

ili općenito za četiri člana  $X_i$  izlazi

$$\frac{1}{1 - \frac{X_1}{1 - X_2}} + \frac{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4}{(1 - X_1)^2 (1 - \frac{X_2}{1 - X_1})^2 (1 - \frac{X_3}{1 - X_2})^2 (1 - \frac{X_4}{1 - X_3})} = \frac{1}{1 - \frac{X_2}{1 - X_1 - X_2}} \quad (3-114)$$

Na osnovu ovoga može se napisati u zgodnijem obliku da je prva strujna jednačba sistema za četiri stupnja

$$I_1 = \left[ Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_n} \frac{1}{1 - \frac{x_1}{1 - x_2}} \right] U_1 - \frac{Y_{12} Y_{21} Y_n \hat{Y}_n}{(Y_{22} + Y_n)(\hat{Y}_{22} + Y_n)(\hat{Y}_{22} + \hat{Y}_n)(1 - x_1)(1 - \frac{x_2}{1 - x_1})} U_2 \quad (3-115)$$

Koristeći se onim što je dosada rečeno, kao i izrazom koji dobivamo za tri stupnja izraza (3-114) izlazi prva opća strujna jednačba sistema sa pet stupnjeva kako slijedi:

$$I_1 = \left[ Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_n} \frac{1}{1 - \frac{x_1}{1 - \frac{x_2}{1 - x_3}}} \right] U_1 + \frac{Y_{12} Y_{21} Y_n \hat{Y}_n \hat{Y}_n}{(Y_{22} + Y_n)(\hat{Y}_{22} + Y_n)(\hat{Y}_{22} + \hat{Y}_n)(\hat{Y}_{22} + \hat{Y}_n)(1 - x_1)(1 - \frac{x_2}{1 - x_3})(1 - \frac{x_3}{1 - x_2})} U_2 \quad (3-116)$$

Broj dosada napisanih sistema jednačbi (5 četveropola) potpuno je dovoljan da se može sagledati struktura svakog člana (admitancije) strujnih jednačbi nekog četveropola sa n stupnjeva. Tako se mogu sasvim općenito napisati strujne jednačbe parametarskog pojačala sa n stupnjeva

$$I_1 = \left[ Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_n} \frac{1}{(1 - \frac{x_{11}}{1} - \frac{x_{12}}{1} - \dots - \frac{x_{1n}}{1})} \right] U_1 + \frac{(-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n \hat{Y}_{i2}}{\prod_{i=1}^{n-1} (Y_{22} + Y_n) \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \frac{x_{i1}}{1} - \frac{x_{i-1}}{1} - \dots - \frac{x_{i1}}{1})} U_n \quad (3-117)$$

$$I_n = \frac{(-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n \hat{Y}_{i1}}{\prod_{i=1}^{n-1} (Y_{22} + Y_n) \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \frac{x_{i1}}{1} - \frac{x_{i-1}}{1} - \dots - \frac{x_{i1}}{1})} U_1 + \hat{Y}_{22} \left[ 1 - \frac{x_{2-1}}{1} - \frac{x_{2-1}}{1} - \dots - \frac{x_{21}}{1} \right] U_n \quad (3-118)$$

Pri ovome je uzet jedan sažetiji način pisanja verižnih razlomaka [37] tako da je

$$1 - \frac{x_i}{1 - \frac{x_{i-1}}{1 - \frac{x_{i-1}}{1 - \dots - x_1}}} = 1 - \frac{x_{i1}}{1} - \frac{x_{i-1}}{1} - \frac{x_{i-2}}{1} - \dots - \frac{x_{i1}}{1} \quad (3-119)$$

Ovaj način i nije uvijek najpodesniji, jer iako razlomak ispada prikazan u jednom redu, ovaj je red dosta dugačak.

Ove jednačbe nam vrlo dobro dolaze za određivanje naponskog pojačanja zatim ulazne i izlazne admitancije parametarskog pojačala sa n stupnjeva. Da bi još odredili opću jednačbu pojačanja snage n-stepenog pojačala, treba poznavati ulaznu admitanciju  $Y_{ul}$  u općem obliku.

Ulazna admitancija  $Y_{ul}$  definirana je kao odnos struje kroz napon na ulaznim priključnicama četveropola. Neka je u ovom slučaju tu računata i admitancija izvora  $Y_g = G_g$ .

Ranije smo vidjeli (3-37) da je za prvi stupanj uzimajući u obzir samo zbroj ili razliku frekvencija ulazna admitancija dana izrazom

$$Y_{ul1} = Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_{11}}$$

Ovdje je u ulaznu admitanciju  $Y_{ul}$  računata i admitancija izvora  $G_g$ , tako da je  $Y_{11} = Y_{011} + G_g$ . Iz prve strujne jednačbe (3-117) podijeljene sa  $U_1$  dobivamo opći izraz za ulaznu admitanciju  $Y_{ul, n}$ . Izračunajmo prethodno ulaznu admitanciju za dvostepeno pojačalo služeći se izrazom (3-112)

$$Y_{ul2} = Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_{11}} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_{11}} \frac{U_2}{U_1}$$

Naponsko pojačanje je prema izrazu (3-103)

$$Y_{ul2} = Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_{11}} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_{11}} \frac{Y_{21} Y_{12}}{Y_{22}(Y_{22} + Y_{11})} \frac{1}{1 - \mathcal{K}_1^*} = Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_{11}} \left[ 1 + \frac{\mathcal{K}_1^*}{1 - \mathcal{K}_1^*} \right],$$

odakle je

$$Y_{ul2} = Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_{11}} \frac{1}{1 - \mathcal{K}_1^*} \quad (3-120)$$

Opći izraz za ulaznu admitanciju dobivamo kako je maločas rečeno

$$Y_{uln} = \left[ Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_{11}} \frac{1}{\left( 1 - \frac{\mathcal{K}_1'}{1} - \frac{\mathcal{K}_2'}{1} - \dots - \frac{\mathcal{K}_{n-1}'}{1} \right)} \right] + \frac{(-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n Y_{2i}}{\prod_{i=1}^{n-1} (Y_{22} + Y_{11}) \prod_{i=1}^{n-1} \left( 1 - \frac{\mathcal{K}_i'}{1} - \frac{\mathcal{K}_{i-1}'}{1} - \dots - \frac{\mathcal{K}_1'}{1} \right)} \frac{U_n}{U_1}, \quad (3-121)$$

pri tome iz druge opće strujne jednačbe (3-118) za  $I_n = 0$  proističe izraz za naponsko pojačanje

$$\frac{U_n}{U_1} = \frac{(-1)^n \prod_{i=1}^n Y_{2i}}{\left[ \prod_{i=1}^{n-1} (Y_{22} + Y_{11}) \prod_{i=1}^{n-1} \left( 1 - \frac{\mathcal{K}_i'}{1} - \frac{\mathcal{K}_{i-1}'}{1} - \dots - \frac{\mathcal{K}_1'}{1} \right) \right] Y_{22} \left[ 1 - \frac{\mathcal{K}_{n-1}'}{1} - \frac{\mathcal{K}_{n-2}'}{1} - \dots - \frac{\mathcal{K}_1'}{1} \right]}, \quad (3-122)$$

koji uvršten u izraz (3-121) daje opći izraz za ulaznu admitanciju

$$Y_{uln} = Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_{11}} \left\{ \frac{1}{1 - \frac{\mathcal{K}_1'}{1} - \frac{\mathcal{K}_2'}{1} - \dots - \frac{\mathcal{K}_{n-1}'}{1}} + \frac{(-1)^{2n} \prod_{i=1}^{n-1} Y_{2i} Y_{2i}}{(Y_{22} + Y_{11})^n Y_{22} \left[ \prod_{i=2}^{n-1} (Y_{22} + Y_{11}) \prod_{i=1}^{n-1} \left( 1 - \frac{\mathcal{K}_i'}{1} - \frac{\mathcal{K}_{i-1}'}{1} - \dots - \frac{\mathcal{K}_1'}{1} \right) \right]^2 \left[ 1 - \frac{\mathcal{K}_{n-1}'}{1} - \frac{\mathcal{K}_{n-2}'}{1} - \dots - \frac{\mathcal{K}_1'}{1} \right]} \right\}.$$

Dalje se može pisati uvrštavanjem faktora povratne veze

$$\frac{Y_{12} Y_{21}}{(Y_{22} + Y_{11}) (Y_{22} + Y_{11})} = \mathcal{K}_i \quad (3-123)$$

u gore napisanu jednačbu za ulaznu admitanciju

$$Y_{uln} = Y_{11} - \frac{Y_{12}Y_{21}}{Y_{22} + Y_n} \left[ \frac{1}{1 - \frac{X_1'}{1} - \frac{X_2'}{1} - \dots - \frac{X_{n-2}'}{1}} + \frac{\prod_{i=1}^{n-1} X_i}{\left[ \prod_{i=1}^{n-2} \left( 1 - \frac{X_i'}{1} - \frac{X_{i+1}'}{1} - \dots - \frac{X_i''}{1} \right) \right] \left( 1 - \frac{X_{n-1}'}{1} - \frac{X_{n-2}'}{1} - \dots - \frac{X_1'}{1} \right)} \right] \quad (3-124)$$

Ako izraz napisan u uglastoj zagradi izrazimo za  $n = 5$  dobiva

$$\frac{1}{1 - \frac{X_1'}{1} - \frac{X_2'}{1} - \frac{X_3'}{1}} + \frac{X_1' \cdot X_2' \cdot X_3' \cdot X_4''}{(1 - X_1')^2 (1 - \frac{X_2'}{1-X_1'})^2 (1 - \frac{X_3'}{1-X_2'})^2 (1 - \frac{X_4''}{1-X_3'})} = 1 - \frac{X_1'}{1 - \frac{X_2'}{1-X_1'} - \frac{X_3'}{1-X_2'} - \frac{X_4''}{1-X_3'}} \quad (3-125)$$

što smo već pokazali izrazom (3-114). Na ovaj način se može napisati izraz za ulaznu admitanciju četveropola sa „n“ stupnjeva

$$Y_{uln} = Y_{11} - \frac{Y_{12}Y_{21}}{Y_{22} + Y_n} \frac{1}{\left[ 1 - \frac{X_1'}{1} - \frac{X_2'}{1} - \dots - \frac{X_{n-1}'}{1} \right]} \quad (3-126)$$

Ukoliko promatramo zbroj i razliku frekvencija simultano, onda je uz izlučeni  $Y_{11}$  ulazna admitancija u općem obliku predočena slijedećim izrazom

$$Y_{uln} = Y_{11} \left[ 1 - \frac{X_0'}{1 - \frac{X_1'}{1 - \frac{X_2'}{1 - \dots - \frac{X_{n-1}''}{1}}}} + \frac{X_0''}{1 - \frac{X_1''}{1 - \frac{X_2''}{1 - \dots - \frac{X_{n-1}''}{1}}} \right] \quad (3-127)$$

Ulazna admitancija ukazuje na ljestvičastu strukturu kaskadno spregnutih stupnjeva pojačala, čemu je svakako uzrok postojeća povratna veza. Iz navedenog izraza vidimo, da svi četveropoli utječu na ulaznu admitanciju već prema svojoj "blizini" ulazu. Ako se izvede, da je jedan verižni razlomak jednak drugome, onda je ukupna ulazna admitancija neovisna o ostalim stupnjevima. Ovo se neđa u potpunosti ostvariti za  $\delta \neq 0$ , ali se može izvesti dosta dobro približenje ovom idealnom slučaju. Obzirom na optimalne uvjete prilagodjenja opterećenja izlazu pojačala potrebno je znati i izlaznu admitanciju  $Y_{iz}$ , gdje se uzima uključena i admitancija potrošača  $G_p$ .

Za izlaznu admitanciju imamo dvije vrijednosti  $Y_{iz}'$  i  $Y_{iz}''$ , tj. jedna obzirom na razliku, a druga obzirom na zbroj frekvencija. Tako se u slučaju jednostepenog pojačala izlazne admitancije mogu dobiti iz druge i treće strujne jednadžbe (3-36b,c) dijeljenjem sa  $\bar{U}_3$ , odnosno  $U_4$

$$Y_{iz}' = \frac{\bar{I}_3}{\bar{U}_3} = Y_{21}' + Y_{21}' \frac{U_1}{U_3}; \quad Y_{iz}'' = \frac{I_4}{U_4} = Y_{21}'' + Y_{21}'' \frac{U_1}{U_4} \quad (3-128)(3-129)$$

Budući da strujni izvor sam za sebe ima admitanciju nula, jer je njegova admitancija  $G_g$  uključena u admitanciji  $Y_{11}$  može se uzeti, da je  $I_1 = 0$  na osnovu čega se dobiva

$$Y_{iz}^I = Y_{22}^I \left( 1 - \frac{Y_{12} Y_{21}^I}{Y_{11} Y_{22}^I} \right) = Y_{22}^I (1 - X_0^I)$$

$$Y_{iz}^{II} = Y_{22}^{II} \left( 1 - \frac{Y_{12} Y_{21}^{II}}{Y_{11} Y_{22}^{II}} \right) = Y_{22}^{II} (1 + X_0^{II})$$

Na istom principu možemo iz druge opće strujne jednačbe odrediti:

$$Y_{iz}^{I''} = \frac{I_n}{U_n} = \overset{n}{Y}_{22} \left[ 1 - \frac{X_{n-1}^I}{1^I} - \frac{X_{n-2}^I}{1^I} - \dots - \frac{X_1^I}{1^I} \right] + \frac{(-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n \overset{i}{Y}_{21}}{\prod_{i=1}^{n-1} (\overset{i}{Y}_{22} + \overset{i+1}{Y}_{11}) \prod_{i=1}^{n-1} \left( 1 - \frac{X_i^I}{1^I} - \frac{X_{i-1}^I}{1^I} - \dots - \frac{X_1^I}{1^I} \right)} \frac{U_n}{U_n} \quad (3-130)$$

Omjer  $\frac{U_i}{U_n}$  određujemo iz prve opće strujne jednačbe i uvrštavamo u netom napisani izraz (3-130), odakle izlazi

$$Y_{iz}^{I''} = \overset{n}{Y}_{22} \left[ 1 - \frac{X_{n-1}^I}{1^I} - \frac{X_{n-2}^I}{1^I} - \dots - \frac{X_1^I}{1^I} \right] - \frac{(-1)^{2n} \prod_{i=1}^n \overset{i}{Y}_{21} \overset{i}{Y}_{21}}{(Y_{22} + \overset{n}{Y}_{11}) Y_{11} \prod_{i=2}^n (\overset{i}{Y}_{22} + \overset{i+1}{Y}_{11}) \prod_{i=1}^{n-1} \left( 1 - \frac{X_i^I}{1^I} - \frac{X_{i-1}^I}{1^I} - \dots - \frac{X_1^I}{1^I} \right)^2 \left[ 1 - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{11} (Y_{22} + \overset{n}{Y}_{11})} \left( 1 - \frac{X_1^I}{1^I} - \frac{X_1^I}{1^I} - \dots - \frac{X_{n-1}^I}{1^I} \right)^{-1} \right]}$$

Dalje sredjivanjem kao i u slučaju ulazne admitancije dobiva se

$$Y_{iz}^{I''} = \overset{n}{Y}_{22} \left[ \left( 1 - \frac{X_{n-1}^I}{1^I} - \frac{X_{n-2}^I}{1^I} - \dots - \frac{X_1^I}{1^I} \right) - \frac{X_0^I \prod_{i=1}^{n-1} X_i^I}{\left[ \prod_{i=1}^{n-1} \left( 1 - \frac{X_i^I}{1^I} - \frac{X_{i-1}^I}{1^I} - \dots - \frac{X_1^I}{1^I} \right) \right] \left( 1 - \frac{X_0^I}{1 - \frac{X_1^I}{1^I} - \frac{X_1^I}{1^I} - \dots - \frac{X_{n-1}^I}{1^I} \right)} \right] \quad (3-131)$$

Izraz napisan u uglastoj zagradi za  $n = 4$  nakon izvjesnog računanja može se napisati kao

$$1 - \frac{X_3^*}{1 - \frac{X_2}{1 - X_1}} - \frac{X_0 X_1 X_2 X_3^*}{(1 - X_1)^2 \left( 1 - \frac{X_2}{1 - X_1} \right)^2 \left( 1 - \frac{X_0}{1 - \frac{X_1}{1 - X_2}} \right)} = 1 - \frac{X_3^*}{1^I} - \frac{X_2}{1^I} - \frac{X_1}{1^I} - \frac{X_0}{1^I} \quad (3-132)$$

Ako ovaj izraz poopćimo i uvrstimo u gornji izraz (3-131) dobiva se opće rješenje za izlaznu admitanciju

$$Y_{iz} = \overset{n}{Y}_{22} \left( 1 - \frac{X_{n-1}^*}{1^I} - \frac{X_{n-2}^*}{1^I} - \dots - \frac{X_1^*}{1^I} - \frac{X_0}{1^I} \right) \quad (3-133)$$

Pojedinačno izlazna admitancija za razliku  $Y_{iz}^I$  odnosno za zbroj frekvencija  $Y_{iz}^{II}$  je

$$Y_{iz}^I = \overset{n}{Y}_{22} \left( 1 - \frac{X_{n-1}^I}{1 - \frac{X_{n-2}^I}{1 - \dots - X_1^I}} \right); \quad Y_{iz}^{II} = \overset{n}{Y}_{22} \left( 1 - \frac{X_{n-1}^{II}}{1 - \frac{X_{n-2}^{II}}{1 - \dots - X_0^{II}}} \right) \quad (3-134)(3-135)$$

Na kraju odredimo pojačanje snage za parametarsko pojačalo sa  $n$  stupnjeva, što pretstavlja možda najinteresantnije rješenje.

Poslužimo se izrazom za pojačanje snage (3-78), koji smo imali u slučaju jednostepenog pojačala i proširimo ga za slučaj višestepenog



pojačala, koristeći se općim strujnim jednažbama (3-117,118) i općim izrazom za ulaznu admitanciju  $Y_{uln}$ , kada se može pisati relacija za pojačanje snage na slijedeći način

$$A_s = \frac{4 G_g G_p}{|Y_{uln}|^2} \left| \frac{Y_{21n}'}{Y_{22n}'} - \frac{Y_{21n}''}{Y_{22n}''} \right|^2 \quad (3-78a)$$

Upotrijebimo li drugu opću strujnu jednažbu (3-118) možemo odrediti kvocijent

$$\frac{Y_{21n}'}{Y_{22n}'} = \frac{(-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n \dot{Y}_{21}^i}{\left[ \prod_{i=1}^{n-1} (\dot{Y}_{22}^i + \dot{Y}_{11}^{i+1}) \prod_{i=1}^{n-1} \left( 1 - \frac{\mathcal{K}_i}{1} - \frac{\mathcal{K}_{i-1}}{1} - \dots - \frac{\mathcal{K}_1}{1} \right) \right]^2 \dot{Y}_{22}^n \left( 1 - \frac{\mathcal{K}_{n-1}}{1} - \frac{\mathcal{K}_{n-2}}{1} - \dots - \frac{\mathcal{K}_1}{1} \right)} \quad (3-136)$$

Radi daljnjih razmatranja zgodno je veličinu  $i$  u brojniku izraziti faktorima povratne veze  $\mathcal{K}_i$ . Ovo ćemo izvesti na isti način, kako je to bilo učinjeno kod jednostepenog pojačala. Proširiti ćemo brojnik sa odgovarajućom admitancijom  $\dot{Y}_{12}$ , ali kako u nazivniku moramo imati kvadrate admitancija  $(\dot{Y}_{22}^i + \dot{Y}_{11}^{i+1})$ , to ćemo proširenje izvršiti kvadriranjem i istovremenim uzimanjem drugog korjena, kada će admitancija u nazivniku biti  $\sqrt{(\dot{Y}_{22}^i + \dot{Y}_{11}^{i+1})^2}$ . Još izvršimo proširenje sa  $Y_{11}$ , pa možemo pisati

$$\frac{Y_{21n}'}{Y_{22n}'} = \pm \sqrt{\frac{Y_{11}}{Y_{22}}} \frac{(-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n \sqrt{\dot{Y}_{21}^i \dot{Y}_{12}^i} \sqrt{\frac{\dot{Y}_{21}^i}{\dot{Y}_{12}^i}}}{\prod_{i=1}^{n-1} \sqrt{(\dot{Y}_{22}^i + \dot{Y}_{11}^{i+1})^2} \dot{Y}_{22}^n \prod_{i=1}^{n-1} \left( 1 - \frac{\mathcal{K}_i}{1} - \frac{\mathcal{K}_{i-1}}{1} - \dots - \frac{\mathcal{K}_1}{1} \right)}$$

Uzevši u obzir izraz (3-123) za  $\mathcal{K}_i$  izlazi

$$\frac{Y_{21n}'}{Y_{22n}'} = \pm (-1)^{n-1} \sqrt{\mathcal{K}_0} \sqrt{\frac{Y_{11}}{Y_{22}}} \prod_{i=1}^n \sqrt{\frac{\dot{Y}_{21}^i}{\dot{Y}_{12}^i}} \prod_{i=1}^{n-1} \frac{\sqrt{\mathcal{K}_i}}{\left( 1 - \frac{\mathcal{K}_i}{1} - \frac{\mathcal{K}_{i-1}}{1} - \dots - \frac{\mathcal{K}_1}{1} \right)} \quad (3-137)$$

Ovdje se pozitivni predznak odnosi na razliku frekvencija ('), a negativni na zbroj frekvencija (''), što je određeno prvim stupnjem ( $\mathcal{K}_0$ ). Povećanjem broja stupnjeva mijenja se predznak u smislu  $(-1)^{n-1}$  jednako za zbroj i razliku frekvencija pa nema utjecaja na apsolutnu vrijednost brojnika u izrazu za snagu (3-78), gdje ostaje razlika među kvocijentima admitancija, bez obzira na broj stupnjeva.

Još je važan kvocijent

$$\sqrt{\frac{\dot{Y}_{21}^i}{\dot{Y}_{12}^i}} = \sqrt{\frac{j\omega_{i+1} C_{i+1}}{j\omega_i C_i}} = \sqrt{\frac{\omega_{i+1}}{\omega_i}}$$

Ako razvijemo produkt

$$\prod_{i=1}^n \sqrt{\frac{\omega_{i+1}}{\omega_i}} = \sqrt{\frac{\omega_1 \cdot \omega_2 \cdot \dots \cdot \omega_n \cdot \omega_{n+1}}{\omega_1 \cdot \omega_2 \cdot \dots \cdot \omega_{n-1} \cdot \omega_n}} = \sqrt{\frac{\omega_{n+1}}{\omega_1}} = \frac{1}{\sqrt{\eta}} \quad (3-138)$$

vidimo, da je konačni rezultat  $\sqrt{\frac{\omega_{n+1}}{\omega_1}} = \frac{1}{\sqrt{\eta}}$ , što ukazuje na činjenicu, da je svejedno, obzirom na odnos frekvencija, da li se neko područje dijeli na više stupnjeva pojačala sa malim omjerom  $\frac{\omega_{i+1}}{\omega_i}$ , ili se koristi samo jedan stupanj pojačala, koje će imati veliki omjer  $\frac{\omega_{n+1}}{\omega_1} = \frac{1}{\eta}$

Još nam preostaje da odredimo produkt faktora povratne veze za četiri stupnja ne računajući prvi koji je izlučen (n=5).

$$\prod_{i=1}^{n-1} \frac{\kappa_i}{(1 - \frac{\kappa_i}{1} - \frac{\kappa_{i-1}}{1} - \dots - \frac{\kappa_1}{1})} = \frac{\sqrt{\kappa_1} \sqrt{\kappa_2} \sqrt{\kappa_3} \sqrt{\kappa_4}}{(1 - \kappa_1) (1 - \frac{\kappa_2}{1 - \kappa_1}) (1 - \frac{\kappa_3}{1 - \frac{\kappa_2}{1 - \kappa_1}}) (1 - \frac{\kappa_4}{1 - \frac{\kappa_3}{1 - \frac{\kappa_2}{1 - \kappa_1}}})}$$

Nakon nešto dužeg računa može se nazivnik svesti na oblik

$$\frac{\sqrt{\kappa_1} \sqrt{\kappa_2} \sqrt{\kappa_3} \sqrt{\kappa_4}}{\left(1 - \frac{\kappa_1}{1 - \frac{\kappa_2}{1 - \frac{\kappa_3}{1 - \frac{\kappa_4}{1 - \kappa_4^*}}}}\right) \left(1 - \frac{\kappa_2}{1 - \frac{\kappa_3}{1 - \kappa_4^*}}\right) \left(1 - \frac{\kappa_3}{1 - \kappa_4^*}\right) (1 - \kappa_4^*)} \quad (3-139)$$

Ovaj je oblik daleko povoljniji za prikazivanje općeg izraza za pojačanje snage kojega sada možemo prikazati na slijedeći način.

$$A_s = \frac{4G_0 G_p}{Y_{11} \cdot Y_{22} \eta} \sqrt{\frac{\left[ \frac{\kappa_0'}{1 - \frac{\kappa_1'}{1 - \frac{\kappa_2'}{1 - \frac{\kappa_3'}{1 - \kappa_4'}}}} \cdot \frac{\kappa_1'}{1 - \frac{\kappa_2'}{1 - \frac{\kappa_3'}{1 - \kappa_4'}}} \cdot \frac{\kappa_2'}{1 - \frac{\kappa_3'}{1 - \kappa_4'}} \cdot \frac{\kappa_3'}{1 - \kappa_4'} \cdot \kappa_4' \right]}{\left[ \frac{\kappa_0''}{1 - \frac{\kappa_1''}{1 - \frac{\kappa_2''}{1 - \frac{\kappa_3''}{1 - \kappa_4''}}} \cdot \frac{\kappa_1''}{1 - \frac{\kappa_2''}{1 - \kappa_4''}} \cdot \frac{\kappa_2''}{1 - \frac{\kappa_3''}{1 - \kappa_4''}} \cdot \frac{\kappa_3''}{1 - \kappa_4''}} \cdot \kappa_4'' \right]} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\kappa_0'}{1 - \frac{\kappa_1'}{1 - \frac{\kappa_2'}{1 - \kappa_4'}}} - \frac{\kappa_0''}{1 - \frac{\kappa_1''}{1 - \frac{\kappa_2''}{1 - \kappa_4''}}} \right) \right]^2} \quad (3-140)$$

Ovdje veličine (faktori povratne veze)  $\kappa_i'$  odgovaraju različiti frekvencija (donji bočni pojas), dok veličine  $\kappa_i''$  odgovaraju zbroju frekvencija (gornji bočni pojas). Izraz pod korjenom koji je izveden iz omjera  $\frac{Y_{11}}{Y_{22}}$ , a koji pretstavlja naponsko pojačanje, svakako određuje i pojačanje snage.

Ukoliko izlučimo prvi faktor povratne veze  $K_0$  (1. stupanj), te odaberemo za ovaj stupanj najpovoljniji nesklad  $z_{opt}$ , veličina pojačanja će ovisiti o ponašanju ostalih članova drugih stupnjeva. Pri tome je svejedno, da li razmatramo članove razlike (') ili zbroja (") frekvencija. Interesantno je razmotriti kako utječe broj stupnjeva i predznak njihovih faktora sprege  $K_i$  na veličinu pod korjenom

$$\frac{K_0}{1 - \frac{K_1}{1 - \frac{K_2}{1 - \frac{K_3}{1 - \frac{K_4}{1 - K_4}}}}} \left[ \frac{\frac{K_1}{1 - \frac{K_2}{1 - \frac{K_3}{1 - \frac{K_4}{1 - K_4}}}}}{1 - \frac{K_1}{1 - \frac{K_2}{1 - \frac{K_3}{1 - \frac{K_4}{1 - K_4}}}}} \cdot \frac{\frac{K_2}{1 - \frac{K_3}{1 - \frac{K_4}{1 - K_4}}}}{1 - \frac{K_2}{1 - \frac{K_3}{1 - \frac{K_4}{1 - K_4}}}}} \cdot \frac{\frac{K_3}{1 - \frac{K_4}{1 - K_4}}}{1 - \frac{K_3}{1 - \frac{K_4}{1 - K_4}}} \cdot \frac{K_4}{1 - K_4} \right] = \frac{K_0}{1 - \xi_1} \left[ \frac{\xi_1}{1 - \xi_1} \cdot \frac{\xi_2}{1 - \xi_2} \cdot \frac{\xi_3}{1 - \xi_3} \cdot \frac{\xi_4}{1 - \xi_4} \right] \quad (3-141)$$

Izlučivanjem  $K_0$ , izraz u uglastim zagradama izlazi

$$\frac{K_0}{1 - \xi_1} \prod_{i=1}^{n-1} \frac{\xi_i}{1 - \xi_i} \quad , \quad \text{gdje je} \quad \xi_i = \frac{K_i}{1} - \frac{K_{i+1}}{1} - \dots - \frac{K_{n-1}}{1} \quad (3-142)$$

Pri tome mogu  $K_i$  imati različite predznake kao i  $\xi_i$ .

Ako su sva pojačala izvedena da rade kao modulatori sa zbrojem frekvencija, onda produkt glasi

$$\prod_{i=1}^{n-1} \frac{\xi_i}{1 + \xi_i} \leq 1 \quad \text{za} \quad 0 < \xi < \infty \quad (3-143)$$

Očito je da za koju god praktički moguću vrijednost od  $\xi_i$ , a to su sve vrijednosti između 0 i  $\infty$ , sa povoljni velikim brojem stupnjeva, produkt će uvijek biti manji od 1 ili u slučaju da  $\xi_i \rightarrow \infty$  granična vrijednost produkta će težiti jedinici. Pojačanje snage je u ovom slučaju određeno samo omjerom  $\frac{1}{\eta}$ , koji mora biti što veći tj. izlazna frekvencija, što veća od ulazne. Svakako da je potpuno nepotrebno područje <sup>frekvencija</sup> dijeliti na više pojačala, jer je u tom slučaju i vrijednost produkta (3-143) manja. Prema tome je dovoljno izvesti samo jedan stupanj pojačanja sa maksimalnim rasponom frekvencija isključujući ovdje i ulazni stupanj ( $K_0$ ).

Ukoliko je svaki stupanj pojačala izveden kao modulator sa razlikom frekvencija, onda produkt (3-142) može poprimiti sve vrijednosti od 0 do  $\infty$  i to

$$1 < \prod_{i=1}^{n-1} \frac{\xi_i}{1 - \xi_i} < \infty \quad \text{za} \quad \frac{1}{2} < \xi < \infty \quad \text{i} \quad \prod_{i=1}^{n-1} \frac{\xi_i}{1 - \xi_i} < 1 \quad \text{za} \quad 0 < \xi_i < \frac{1}{2} \quad (3-144 a, b)$$

Ako je  $\xi > \frac{1}{2}$ , onda je faktor  $\frac{\xi_i}{1 - \xi_i}$  produkta veći od 1, pa je i produkt veći od 1, dok za  $\xi < \frac{1}{2}$  faktor je manji od 1, pa je po tome i

cijeli produkt manji od 1. Ukoliko  $\xi \rightarrow 1$ , faktor  $\frac{\xi_i}{1-\xi_i} \rightarrow \infty$ , što znači, dolazi do beskonačnog pojačanja tj. samooscilacija. Faktor  $\frac{\xi_i}{1-\xi_i}$  praktički ne može nikada biti negativan, jer da bi postao negativan mora proći kroz vrijednost 0 što znači, da dolazi do samoosciliranja, kada se zbog velikih amplituda narušavaju pretpostavke na osnovu kojih smo došli do ovih iznosa. U ovim razmatranjima uzimamo da je  $\mathcal{K}_i$  realan tj.  $\mathcal{K}_i = K_i$  ( $\delta = 0$ ).

U slučaju primjene modulatora sa razlikom frekvencija izgleda da bi se izborom veličine  $\xi > \frac{1}{2}$  moglo postići da su svi faktori  $\frac{\xi_i}{1-\xi_i} > 1$  pa prema tome i produkt. Ovo bi bilo povoljno, jer bi se moglo kaskadiranjem većeg broja stupnjeva, ne prevelikog pojačanja, postići stabilniji uvjeti rada, nego u slučaju jednog stupnja, kojim se ionako ne mogu praktički ostvariti veća pojačanja zbog nestabilnosti. No stvari ne stoje kako na prvi pogled izgleda, ako malo bolje razmotrimo slučaj. Na osnovu izraza (3-141) lako je konstatirati vezu koja vlada između  $\xi_i$  i  $\xi_{i-1}$

$$\frac{K_i}{1-\xi_i} = \xi_{i-1} \quad (3-145)$$

Uzmimo zasad da je  $K_i$  jednak za svaki stupanj. Kako faktore povratne veze  $\xi_i$  gradimo od posljednjeg člana  $K_{n-1} = K_1$  izlazi, da će svaki  $\xi_{i-1}$  biti veći od  $\xi_i$ , jer je

$$\xi_{n-1} = K_{n-1} = K_1 \quad (3-146) \quad \xi_{n-2} = \frac{K_i}{1-K_1} > K_1 \quad (3-147) \quad \xi_{n-3} = \frac{K_1}{1-\xi_{n-2}} \quad (3-148)$$

Prema jednadžbi (3-147) je  $K_1 = \xi_{n-2} - K_1 \xi_{n-2}$  i dalje

$$K_1 = \frac{\xi_{n-2}}{1 + \xi_{n-2}}$$

što uvršteno u jednadžbu (3-148) daje

$$\xi_{n-3} = \frac{\xi_{n-2}}{1 - \frac{\xi_{n-2}}{1 + \xi_{n-2}}} > \xi_{n-2} \quad (3-149)$$

i tako bismo mogli izvršiti dokazivanje za ostale dalje članove.

Prema tome pitanje je: da li će nakon izvjesnog vremena  $\xi_i$  poprimiti takovu vrijednost, da postane jednak  $\xi_{i-1}$ ? To se može matematički izraziti prema jednadžbi (3-145) kao

$$\frac{K_1}{1-\xi_i} = \xi_i \quad \xi_i^2 - \xi_i + K_1 = 0 \quad (3-150)$$

Rješenje napisane jednadžbe je

$$\xi_{i,1,2} = \frac{1}{2} (1 \pm \sqrt{1-4K_1})$$

Vidimo da je rješenje realno samo za  $K_1 < \frac{1}{4}$  i budući da faktore gradimo od posljednjeg člana  $K_1 = K_n$ , što znači od manjih vrijednosti za  $\xi_i$  prema većim  $\xi_{i-1}$ , to će vrijediti rješenje sa negativnim predznakom  $\xi_{i,2}$ , za razliku od rješenja  $\xi_{i,1}$  (pozitivni predznak), kada bi se polazilo od najvećih vrijednosti  $\xi_i$ , prema manjim. Prema tome vrijedi

$$\xi_{2gr} = \frac{1}{2} (1 - \sqrt{1 - 4K_1}) \quad (3-151)$$

Ovo rješenje predstavlja limes monotono <sup>reálnih</sup> ulaznog niza brojeva  $\xi_i$ , koji mogu rasti sve do vrijednosti  $\xi_{2gr}$ , ali je ne mogu premašiti ( $K_1 < \frac{1}{4}$ ) koliko god se povećavao broj stupnjeva. Najveća vrijednost za  $\xi_{2gr}$  je  $\frac{1}{2}$ , kada je  $K_1 = \frac{1}{4}$ . Ovom slučaju odgovara veličina najvećeg faktora  $\frac{\xi_{gr}}{1-\xi_{gr}} = 1$ . Kako su ostali faktori za  $\xi_i < \xi_{2gr}$  manji od 1, to izlazi da je produkt ovih faktora manji od 1. Ako bismo uzimali i različite vrijednosti od  $K_1$  samo sve manje od  $\frac{1}{4}$ , nikad ni jedna veličina  $\xi_i$  ne bi premašila veličinu  $\xi_i \leq \frac{1}{2}$ . Tabela II daje nekoliko primjera sa istim  $K_1$  i jedan sa promjenljivim  $K_1$ .

TABELA II

	$\xi_{n-1}$	$\xi_{n-2}$	$\xi_{n-3}$	$\xi_{n-4}$	$\xi_{n-5}$	$\xi_{n-6}$	$\xi_i$	$\xi_{igr}$
$K_1=0,1$	0,10	0,111	0,1124	0,1125			< 0,5	0,1125
$K_1=0,2$	0,20	0,25	0,266	0,273	0,275	0,276	< 0,5	0,2765
$K_1=0,25$	0,25	0,333	0,375	0,400	0,417	0,428	< 0,5	0,500
$K_1$	0,20	0,250	0,167	0,100	0,250			
$\xi_i$	0,20	0,312	0,242	0,132	0,288		< 0,5	-

Ako odaberemo vrijednosti za  $K_1$  veće od  $\frac{1}{4}$  neće postojati više ograničenje za  $\xi_i$ , tako da će  $\xi_i$  rasti sve dok ne dosegne vrijednost 1, kada dolazi do samooscilacija. Uzmimo za početak da je  $K_1$  jednak u svim pojačalima i da se nalazi između vrijednosti  $\frac{1}{4} < K_1 < \frac{1}{2}$ . Ako je  $K_1 \geq 1$  već prvi stupanj samooscilira, a ako je  $K_1 \geq \frac{1}{2}$  već drugi stupanj samooscilira. Prema tome za  $K_1 > \frac{1}{2}$  ne isplati se uzeti više od jednog stupnja pojačala. Postavlja se pitanje: da li se sa vrijednostima  $K_1$  između  $\frac{1}{4}$  i  $\frac{1}{2}$  daje izvesti pojačalo sa više stupnjeva kojima bi naponsko pojačanje bilo veće od 1? Kako je kvadrat naponskog pojačanja po stupnju predložen izrazom

$$A_i = \frac{\xi_i}{1 - \xi_i} \quad (3-152)$$

to znači, da bi za  $A_i > 1$  moralo biti  $\xi_i > \frac{1}{2}$ , dok za  $\xi_i \rightarrow 1$   $A_i \rightarrow \infty$ , pa prema tome nastaju samooscilacije. Za neke vrijednosti  $K_1$  u otvorenom intervalu  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$  izračunate su vrijednosti za pojedine  $\xi_i$  (tabela III).

TABELA III

	$\xi_{n-1}$	$\xi_{n-2}$	$\xi_{n-3}$	$\xi_{n-4}$	$\xi_{n-5}$	$\xi_{n-6}$	$\xi_{n-7}$	$\xi_{n-8}$
$K_i = \frac{1}{4}$	1/4	1/3	3/8	2/5	5/12	3/7	7/16	4/9
$K_i = \frac{2}{7}$	2/7	2/5	10/21	<u>6/11</u>	<u>22/35</u>	<u>10/13</u>	<u>26/21</u> <sub>os</sub>	—
$K_i = \frac{1}{3}$	1/3	1/2	<u>2/3</u>	1 <sub>os</sub>	—	—	—	—
$K_i = \frac{2}{5}$	2/5	<u>2/3</u>	6/5 <sub>os</sub>	—	—	—	—	—
$K_i = \frac{3}{7}$	3/7	<u>3/4</u>	12/7 <sub>os</sub>	—	—	—	—	—

Iz izračunatih podataka se vidi da za vrijednosti  $K_i > \frac{1}{3}$  može biti samo jedan stupanj pojačala sa pojačanjem  $A_i > 1$ , dok svi ostali moraju imati pojačanje  $< 1$ , pa ih prema tome nema smisla izvoditi. Druga je situacija za  $\frac{1}{4} < K_i < \frac{1}{3}$ , gdje može biti više stupnjeva sa pojačanjem većim od 1 i to tim više, što je  $K_i$  bliže  $\frac{1}{4}$ . Za  $K_i = \frac{1}{4}$  tek nakon mnogo stupnjeva pojačanje teži 1. Ovo izlazi na osnovu rečenog ranije. Za  $K_i$  u intervalu  $[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}]$  može biti više stupnjeva s pojačanjem većim od 1, iako su ova vrlo mala. Tako je za  $K_i = \frac{2}{7}$  pojačanje  $A_{n-4} = 1,2$ ,  $A_{n-5} = 1,69$  i  $A_{n-6} = 3,33$ . Prema tome nikako se ne isplati izgraditi više stupnjeva pojačala sa posebnim oscilatorima za tako mali dobitak na pojačanju. Naponsko pojačanje je još manje, jer je jednako drugom korjenu iz pojačanja snage. U primjeru  $K_i = \frac{2}{7}$  samo prva tri stupnja imaju naponsko pojačanje od svega 2,6 puta.

Sada možemo općenito odrediti za koje vrijednosti  $K_i$  je pojačanje  $A_i$ , stupnja iza stupnja koji ima maksimalno pojačanje, veće od 1 (tj.  $\xi_{i-1} = 1$ ). Pri tome se koristimo jednažbom (3-145) i (3-152) pa dobivamo da je pojačanje stupnja

$$A_i = \frac{\xi_i}{1 - \xi_i} = \frac{1 - K_i}{K_i} \quad \text{uz} \quad \xi_{i-1} = 1.$$

Za slijedeći stupanj  $A_{i+1}$  odredjujemo pojačanje na isti način

$$A_{i+1} = \frac{\xi_{i+1}}{1 - \xi_{i+1}} = \frac{1 - 2K_i}{K_i}.$$

Na osnovu ovih izraza lako možemo pokazati za koje vrijednosti  $K_i$  je pojačanje stupnja  $A_i$  (prvog iza stupnja s maksimalnim pojačanjem) veće od 1, prema

$$1 \leq A_i = \frac{1 - K_i}{K_i}, \quad \text{odakle izlazi uvjet} \quad K_i \leq \frac{1}{2}, \quad (3-153)$$

dok pojačanje narednog stupnja  $A_{i+1}$  postaje veće od 1 za

$$1 \leq A_{i+1} = \frac{1-2K_i}{K_i}, \text{ odakle je uvjet } K_i \leq \frac{1}{3}. \quad (3-154)$$

Znači, pojačanje prvog stupnja iza stupnja s maksimalnim pojačanjem biti će veće od 1 za  $K_1 < \frac{1}{2}$ , a pojačanje narednog stupnja još za  $K_1 < \frac{1}{3}$ . Odavde izlazi zaključak, da je sve veći broj pojačala sa pojačanjem  $> 1$  što se više  $K_1$  približava vrijednosti  $\frac{1}{4}$ . Samo pri tome se ne smije zaboraviti i da su ta pojačanja sve manja, pa prema tome nemaju praktičke primjene.

Ukoliko bismo uzimali različite vrijednosti za  $K_i$  takodjer ne bismo mogli izvesti više pojačala sa pojačanjem znatnije većim od 1. Ako pak miješamo način pozitivnih i negativnih  $K_i$ , što znači modulatora sa zbrojem i razlikom frekvencija, onda bismo dobili dvije vrste produkata sa zbrojem  $(1 + \xi_i)$  i razlikom  $(1 - \xi_i)$ , gdje bi za svaki produkt vrijedila svojstva do sada razmatrana.

5. Zaključak. Nema smisla spajanje više od jednog stupnja (ne računajući ulazni stupanj) u kaskadu, bez obzira, da li se radi o modulatorima sa zbrojem ili razlikom frekvencija.-

Osim toga može se stvoriti i još jedan zaključak:

6. Zaključak. Da bi se ostvarilo što veće pojačanje snage nema smisla koristiti više pojačala sa manjim omjerima između izlazne  $\omega_{i1}$  i ulazne frekvencije  $\omega_{ni}$ , nego jedno pojačalo sa maksimalnim omjerom između najviše moguće izlazne frekvencije  $\omega_{i1}$  i najniže ulazne frekvencije  $\omega_{ni}$ .-

Nemogućnost spajanja u kaskadu ovih pojačala proizlazi iz činjenice da je faktor povratne veze  $\xi_i$  u nazivniku izraza za  $A_1$  jednak faktoru  $\xi_i$  u brojniku, što ukazuje na vrlo jaku povratnu vezu. Pojačanje ovih pojačala u ovom slučaju ostvaruje se samo zahvaljujući razlici izlazne i ulazne frekvencije kod zbroja frekvencija  $\frac{1}{q}$ , dok kod razlike ono može biti i beskonačno veliko no samo za jedan stupanj. Jedino ukoliko se smanji faktor povratne veze u nazivniku, a da se pri tome ne promijeni faktor  $\frac{\xi_i}{q}$  u brojniku mogu se ostvariti velika pojačanja svakog stupnja pojačala, kao što je to slučaj kod klasičnih tipova pojačala (mali  $C_{ag}$ ). Ovo je moguće i kod parametarskih pojačala smanjenjem admitancije  $Y_{12}$ , o čemu je već bilo govora (3-37). U slučaju višestepenog parametarskog pojačala morala bi se povratna veza provesti za svaki stupanj odijeljeno s time, da se izlazna

frekvencija pojačala pretvori u ulaznu i vrati na ulaz pojačala kapacitivnom spregom. Ovo je neizvedivo na jednostavan i tehnički prihvatljiv način.

7. Zaključak. U području niskih frekvencija nemoguće je ostvariti električko odjeljivanje pojedinih stupnjeva bilo pomoću kapacitivne povratne sprege bilo pomoću "izolatora" na tehnički prihvatljiv način, tako da i iz ovih razloga nema smisla graditi višestepeno parametarsko pojačalo.



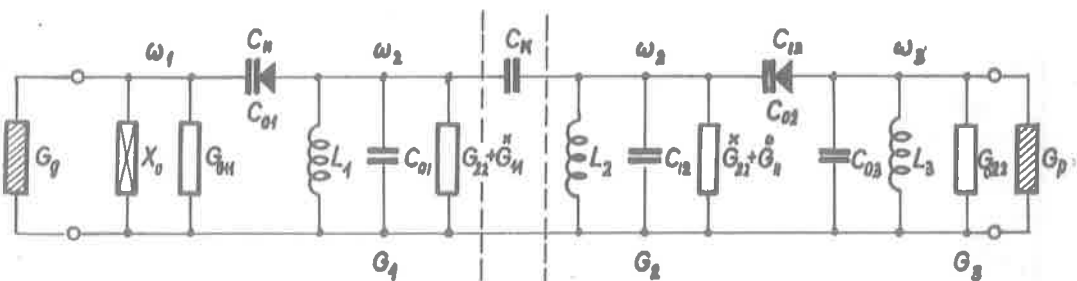
#### 4.- ANALIZA NISKOFREKVENTNOG PARAMETARSKOG SISTEMA

##### 4.1. Opći izraz pojačanja snage

Na osnovu dosadašnjih razmatranja konstatirali smo da ne bi bilo povoljno izgraditi niskofrekventno parametarsko pojačalo sa više od dva stupnja obzirom na pojačanje. Zato ćemo sada provesti detaljnu analizu karakteristika dvostepenog parametarskog pojačala kako bismo ga mogli uporediti sa ostalim pojačalima. Odredit ćemo pojačanje snage i naponsko pojačanje kao funkcije promjene niske frekvencije i frekvencije uzbudnog oscilatora, zatim širinu pojasa odnosno gornju graničnu frekvenciju, stabilitet i na kraju: faktor rejekcije i faktor šuma. Takodjer će se provesti analiza optimalne sprege, i granica maksimalnog pojačanja (sa smjernicama za konstrukciju) uvjeti samooscilacija, oblika frekvencijskih karakteristika itd.

Kao optimalno rješenje uzimamo: prvi stupanj modulator sa zbrojem i razlikom frekvencija, a drugi stupanj kao modulator sa zbrojem ili razlikom frekvencija. Osim toga uzet će se u obzir čvrsta i slaba sprega medju stupnjevima te slučaj samo prvog stupnja pojačanja. Na taj način imamo pet različitih kombinacija. Na sl.12 imamo prikazanu principijelnu shemu optimalnog tipa niskofrekventnog parametarskog pojačala, koje će se u ovom poglavlju razmatrati, sa svim oznakama.

U daljnjem tekstu bit će parametarsko pojačalo tretirano kao asimetrično (jedna priključnica na potencijalu zemlje) iako je praktički izvedeno kao simetrično. Ovo na valjanost rezultata nema nikakvog utjecaja, samo pojednostavnjuje razmatranja.



Sl.12

Kao prvo odredimo pojačanje na osnovu kojeg možemo dobiti mnoge druge karakteristične veličine. Postavit ćemo izraz za najopćenitiji slučaj dvostepenog pojačala sa slabom vezom medju stupnjivima ( $\mathcal{K}_0, \mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2$ ), odakle je lako promatrati specijalni slučaj samo prvog stupnja ( $\mathcal{K}_0$ ), odnosno čvrsto vezana dva stupnja ( $\mathcal{K}_0, \mathcal{K}_1$ ).

Na osnovu opće jednadžbe za pojačanje snage (3-140) iz prošlog poglavlja možemo za slučaj dvostepenog pojačala napisati

$$A_s = 4 \frac{G_g G_p}{Y_{11} Y_{22}} \frac{1}{\eta} \frac{\left[ \sqrt{\frac{\mathcal{K}_0'}{1-\mathcal{K}_1'} \frac{\mathcal{K}_1'}{1-\mathcal{K}_2'} \frac{\mathcal{K}_2'}{1-\mathcal{K}_2'}}} - \sqrt{\frac{\mathcal{K}_0''}{1-\mathcal{K}_1''} \frac{\mathcal{K}_1''}{1-\mathcal{K}_2''} \frac{\mathcal{K}_2''}{1-\mathcal{K}_2''}} \right]^2}{\left[ 1 - \left( \frac{\mathcal{K}_0'}{1-\mathcal{K}_1'} - \frac{\mathcal{K}_0''}{1-\mathcal{K}_1''} \right) \right]^2} \quad (4-1)$$

odakle izlazi nakon uvođenja vodljivosti  $G_{11}$  i  $G_{22}$  mjesto admitancija na osnovu rečenog u vezi izraza (3-88) i sredjivanja

$$A_s = 4 \frac{G_g G_p}{G_{11} G_{22}} \frac{1}{\eta} \frac{\left[ \sqrt{\frac{\mathcal{K}_0' \mathcal{K}_1' \mathcal{K}_2'}{(1-\mathcal{K}_1'-\mathcal{K}_1')^2 (1-jB_{3-})}} - \sqrt{\frac{\mathcal{K}_0'' \mathcal{K}_1'' \mathcal{K}_2''}{(1-\mathcal{K}_1''-\mathcal{K}_2'')^2 (1+jB_{3+})}} \right]^2}{\left\{ 1 - \left[ \frac{\mathcal{K}_0' (1-\mathcal{K}_1')}{1-\mathcal{K}_1'-\mathcal{K}_2'} - \frac{\mathcal{K}_0'' (1-\mathcal{K}_2'')}{1-\mathcal{K}_1''-\mathcal{K}_2''} \right] \right\}^2} \quad (4-2)$$

Odredimo veličine za pojedine faktore sprege ( $\mathcal{K}_0, \mathcal{K}_1$  i  $\mathcal{K}_2$ ). Iz prošlog poglavlja imamo za prvi stupanj izraze za  $\mathcal{K}_0'$  i  $\mathcal{K}_0''$  (3-85) i (3-86). Analogno ovome može se uvesti oznake za drugi i treći titrajni krug:

$$B_{2-} = z_2 - x_2, \quad B_{2+} = z_2 + x_2, \quad \text{te} \quad B_{3-} = z_3 - x_3 \quad \text{i} \quad B_{3+} = z_3 + x_3.$$

Tako se dobivaju nazivnici za sva tri kruga obzirom na razliku  $\omega_3$  i zbroj frekvencija  $\omega_4$ , a za slučaj da je npr.  $\mathcal{K}_1 > 1$  i  $\mathcal{K}_2 < 1$  prema tabeli IV.

TABELA IV.

	I tit.krug	II tit.krug	III tit.krug
$\omega_2 - \omega_1 = \omega_3$ (I)	$1 - j(z_1 - x_1) = 1 - jB_{1-}$	$1 + (z_2 - x_2) = 1 + jB_{2-}$	$1 - (z_3 - x_3) = 1 - jB_{3-}$
$\omega_2 + \omega_1 = \omega_4$ (II)	$1 + j(z_1 + x_1) = 1 + jB_{1+}$	$1 + (z_2 + x_2) = 1 + jB_{2+}$	$1 - (z_3 + x_3) = 1 - jB_{3+}$

Ovdje su neskladi  $z_2 = 2\Delta_2 Q_2$  i  $z_3 = 2\Delta_3 Q_3$  zatim  $x_2 = 2\delta Q_2$  te  $x_3 = 2\delta_3 Q_3$  potpuno jednako građeni kao i kod prvog stupnja. Pri tome je moguće  $\delta_3$  izraziti pomoću  $\delta$  tako da je

$$\frac{\omega_1}{\omega_3} Q_3 = \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{\omega_2}{\omega_3} Q_3 = \delta \eta_2 Q_3, \quad \eta_2 = \frac{\omega_2}{\omega_3} \quad \text{odnosno} \quad x_3 = 2\delta \eta_2 Q_3$$

Nadalje je

$$\delta_2 = \frac{C_{15}}{2C_{02}} \quad ; \quad \delta_3 = \frac{C_{15}}{2C_{03}}$$

Sada se može napisati za

$$\mathcal{K}_1' = \frac{\dot{Y}_{21}' \dot{Y}_{21}'}{(\dot{Y}_{22}' + \dot{Y}_{11}')(\dot{Y}_{22}' + \dot{Y}_{11}')} = \frac{\omega_2 - \omega_2 - C_k^2}{G_n G_{22} [1 - j(z_1 - x_1)][1 + j(z_2 - x_2)]} = \frac{k^2 Q_2 Q_2}{(1 - jB_{1-})(1 + jB_{2-})} = \frac{K_1}{(1 - jB_{1-})(1 + jB_{2-})} \quad (4-3)$$

$$\mathcal{K}_1'' = \frac{k^2 Q_2 Q_2}{(1 + jB_{1+})(1 + jB_{2+})} = \frac{K_1}{(1 + jB_{1+})(1 + jB_{2+})} \quad \text{gdje je } k = \frac{C_k}{\sqrt{C_{01} C_{02}}} \quad \text{ili } k = \frac{L_k}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (4-4)$$

Istim postupkom dobivamo

$$\mathcal{K}_2' = \frac{\dot{Y}_{12}' \dot{Y}_{12}'}{(\dot{Y}_{12}' + \dot{Y}_{11}') \dot{Y}_{22}'} = \frac{\omega_2 - \omega_2 - C_j^2}{G_n G_{22} [1 + j(z_2 - x_2)][1 - j(z_3 - x_3)]} = \frac{\dot{Y}_2 \dot{Y}_3 Q_2 Q_3}{(1 + jB_{2-})(1 - jB_{3-})} = \frac{K_2}{(1 + jB_{2-})(1 - jB_{3-})} \quad (4-5)$$

$$\mathcal{K}_2'' = \frac{\dot{Y}_2 \dot{Y}_3 Q_2 Q_3}{(1 + jB_{2+})(1 - B_{3+})} = \frac{K_2}{(1 + jB_{2+})(1 - jB_{3+})} \quad (4-6)$$

Produkti u brojniku izraza (4-2) su

$$\frac{\mathcal{K}_0' \cdot \mathcal{K}_1' \cdot \mathcal{K}_2'}{(1 - jB_{3-})} = \frac{K_0 \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot \delta}{(1 - jB_{1-})^2 (1 + jB_{2-})^2 (1 - jB_{3-})^2} \quad ; \quad \frac{\mathcal{K}_0'' \cdot \mathcal{K}_1'' \cdot \mathcal{K}_2''}{(1 - jB_{3+})} = \frac{K_0 \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot \delta}{(1 + jB_{1+})^2 (1 + jB_{2+})^2 (1 - jB_{3+})^2}$$

tako da relacija (4-2) sada ima slijedeći oblik

$$A_s = 4 \frac{G_n \cdot G_D}{G_n \cdot G_{22}} \cdot \frac{K_0 \cdot K_1 \cdot K_2}{\eta_2} \quad (4-7)$$

$$\left\{ \frac{1}{[(1 - jB_{1-})(1 + jB_{2-})(1 - jB_{3-}) + K_1(1 - jB_{3-}) - K_2(1 - jB_{1-})]} - \frac{1}{[(1 + jB_{1+})(1 + jB_{2+})(1 - jB_{3+}) + K_1(1 - jB_{3+}) - K_2(1 + jB_{1+})]} \right\}^2 \cdot \left\{ 1 - \frac{\delta K_0 [(1 + jB_{2-})(1 - jB_{3-}) - K_2]}{[(1 - jB_{1-})(1 + jB_{2-})(1 - jB_{3-}) + K_1(1 - jB_{3-}) - K_2(1 - jB_{1-})]} - \frac{\delta K_0 [(1 + jB_{2+})(1 - jB_{3+}) - K_2]}{[(1 + jB_{1+})(1 + jB_{2+})(1 - jB_{3+}) + K_1(1 - jB_{3+}) - K_2(1 + jB_{1+})]} \right\}^2$$

Ovdje veličina  $K_1$  odgovara slučaju slabe sprege. No sprega može biti ostvarena nelinearnom kapacitivnošću  $K_1$  mjesto  $K_2$  dobiva  $\delta_2$ , dok predznak može biti pozitivan i negativan. Isto vrijedi i za  $K_2$  gdje smo odabrali negativan predznak koji odgovara slučaju modulatora sa razlikom frekvencija. U slučaju modulatora sa zbrojem frekvencija  $K_2$  bi bio pozitivan. Pri tome treba <sup>kod</sup> promjene predznaka faktora povratne veze  $K_1$  ili  $K_2$  pripaziti da se promijeni predznak i veličinama  $B_2$  odnosno  $B_3$ . Na ove odnose lako je zaključiti na osnovu sl.10.

Ako izraze u uglastim zagrada (4-7) izrazimo sa

$$A_+ = (1 + jB_{1-})(1 + jB_{2+})(1 - jB_{3+}) + K_1(1 - jB_{3+}) - K_2(1 + jB_{1+}) = [1 + j(z_1 + x_1)][1 + j(z_2 + x_2)][1 - j(z_3 + x_3)] + K_1[1 - j(z_3 + x_3)] - K_2[1 + j(z_1 + x_1)] \quad (4-8)$$

$$A_- = (1-jB_{1-})(1+jB_{2-})(1-jB_{3-}) + K_1(1-jB_{3-}) - K_2(1-jB_{1-}) =$$

$$= [1-j(z_1-x_1)][1+j(z_2-x_2)][1-j(z_3-x_3)] + K_1[1-j(z_3-x_3)] - K_2[1-j(z_1-x_1)] \quad (4-9)$$

i uvrstimo ih u izraz (4-7), može se pisati

$$A_s = 4 \frac{G_g G_p}{G_n G_{22}} \frac{K_o K_1 K_2}{\eta_2} \frac{|[A_+ - A_-]|^2}{\left\{ A_+ A_- - \delta K_o \left[ A_+ [(1+jB_{2-})(1-jB_{3-}) - K_2] - A_- [(1+jB_{2+})(1-jB_{3+}) - K_2] \right] \right\}^2} \quad (4-10)$$

Izvršimo li množenja u izrazima (4-8) i (4-9) te odijelimo li imaginarni dio od realnog, veličine  $A_+$  i  $A_-$  poprimaju slijedeći oblik

$$A_+ = \underbrace{[1+K_1-K_2 + z_1(x_2-x_1) + z_2(z_3-x_1) + z_3x_1 + x_2x_3]}_M + \underbrace{[z_1(z_3-z_2) + z_2x_3 + z_3x_2 + x_1(x_3-x_2)]}_O +$$

$$+ j \left\{ \underbrace{[z_1(1-K_2 + z_2z_3 + x_2x_3) + z_2x_1x_3 + z_3x_1x_2 + x_2 - x_3(1+K_1)]}_N + \underbrace{[z_1(z_2x_3 + z_3x_2) + z_2(1+x_1z_3) - z_3(1+K_1) + x_1(1-K_2 + x_2x_3)]}_P \right\}$$

$$A_- = \underbrace{[1+K_1-K_2 + z_1(x_3-x_2) + z_2(z_3-x_1) + z_3x_1 + x_2x_3]}_M - \underbrace{[z_1(z_3-z_2) + z_2x_3 + z_3x_2 + x_1(x_3-x_2)]}_O -$$

$$- j \left\{ \underbrace{[z_1(1-K_2 + z_2z_3 + x_2x_3) + z_2x_1x_3 + z_3x_1x_2 + x_2 - x_3(1+K_1)]}_N - \underbrace{[z_1(z_2x_3 + z_3x_2) + z_2(1+x_1z_3) - z_3(1+K_1) + x_1(1-K_2 + x_2x_3)]}_P \right\}$$

Na ovaj način vidimo, da se na dosta jednostavan način mogu izraziti inače složeni izrazi za  $A_+$  i  $A_-$  sažimajući zajedničke pribrojnice jednog i drugog izraza

$$A_+ = M+O + j[N+P] \quad (4-11)$$

$$A_- = M-O - j[N-P] \quad (4-12)$$

U izrazu (4-10) vidimo diferenciju kao i produkt veličina  $A_+$  i  $A_-$

$$A_+ - A_- = 2O + j2N$$

$$A_+ \cdot A_- = (M^2 + N^2) - (O^2 + P^2) + 2j(PM - ON)$$

Prikažimo još na ovaj način i preostale izraze u uglastim zagradama nazivnika relacije (4-7)

$$[1+j(z_2-x_2)][1-j(z_3-x_3)] - K_2 = \underbrace{1-K_2-x_2z_3-z_2x_3}_R + \underbrace{(z_2z_3+x_2x_3)}_T - j \left[ \underbrace{(x_2-x_3)}_S - \underbrace{(z_2-z_3)}_U \right] = (R+T) - j(S-U) \quad (4-13)$$

$$[1+j(z_2+x_2)][1+j(z_3+x_3)] - K_2 = \underbrace{1-K_2-x_2z_3-z_2x_3}_R - \underbrace{(z_2z_3+x_2x_3)}_T - j \left[ \underbrace{(x_2+x_3)}_S + \underbrace{(z_2+z_3)}_U \right] = (R-T) + j(S+U) \quad (4-14)$$

te izvršimo množenja unutar zagrada

$$A_+ [R+T - j(S-U)] - A_- [R-T + j(S+U)] = 2[(OR+PS) + (MT-NU)] + 2j[(RN-SM) + (RT+SU)] .$$

Ako ovako izračunate podatke uvrstimo u relaciju (4-10) dobivamo

$$A_s = 4D \frac{|[O+jN]|^2}{\left\{ M^2 + N^2 - [O^2 + P^2 + 2\delta K_0 [(OR+PS) + (MT-NU)]] + j 2 [(PM-ON) - \delta K_0 [(RN-SM) + (RT-SU)]] \right\}^2} , \quad (4-15)$$

gdje uvedene oznake označuju

$$M = 1 + K_1 - K_2 + z_1(x_3 - x_2) + z_2(z_3 - x_1) + z_3x_1 + x_2x_3 ,$$

$$N = z_1(1 - K_2 + z_3z_3 + x_2x_3) + z_2x_1x_3 + z_3x_1x_2 + x_2 - x_3(1 + K_1) ,$$

$$D = 4 \frac{G_g G_p}{G_{11} G_{22}} \frac{K_0 K_1 K_2}{\eta_2} .$$

$$O = z_1(z_3 - z_2) + z_2x_3 + z_3x_2 + x_1(x_3 - x_2) ,$$

$$P = z_1(z_2x_3 + z_3x_2) + z_2(1 + x_1z_3) - z_3(1 + K_1) + x_1(1 - K_2 + x_2x_3) ,$$

$$R = 1 - K_2 - z_2x_3 - z_3x_2 , \quad S = x_2 - x_3 ,$$

$$T = z_2z_3 + x_2x_3 , \quad U = z_2 - z_3 .$$

Na osnovu dobivenog općeg izraza (4-15) za pojačanje snage mogu se izračunati najrazličitiji slučajevi. Tako možemo promatrati ponašanje dvostepenog parametarskog pojačala za slučajeve izvan same rezonancije titrajnih krugova tj. za  $\delta \neq 0$  odnosno  $\omega_1 \neq 0$ . Na ovaj način omogućeno nam je određivanje frekvencijske karakteristike kao i frekvencije kod koje dolazi do samoosciliranja. Osim toga uzet je u obzir i nesklad z obzirom na mogućnost poboljšanja performancija pojačala.

Promatranje nesklada je čak i nužno za prvi titrajni krug, jer ovaj mora imati izvjestan nesklad  $z_1$ , ako želimo postići pojačanje (Zaključak 4). Uz  $z_1 = 0$  pojačanje prvog stupnja je nula. Ipak radi složenosti računa, a s druge strane ne naročito interesantnih rezultata, nećemo uzimati u obzir nesklad drugog  $z_2$  i trećeg  $z_3$  titrajnog kruga, nego samo nesklad  $z_1$  prvog titrajnog kruga. Kako je treći titrajni krug izlazni krug i najviše opterećen, a i zbog manjeg relativnog nesklada na višim frekvencijama, ( $\delta_3 = \eta_2 \delta_2 = \eta_2 \delta_1$ ) nesklad  $z_3$  ovog kruga se može zanemariti kao i vrijednost  $x_3$ . Uzmemo li u obzir da je  $z_3 = 0$ ,  $x_3 = 0$  kao i  $z_2 = 0$ , izraz (4-15) poprima jednostavniji oblik, jer je sada  $T = 0$   $U = 0$ , pa se može pisati

$$A_s = 4D \cdot \frac{|[O+jN]|^2}{\left\{ M^2 + N^2 - [O^2 + P^2 + 2\delta K_0 (OR+PS)] + 2j [PM-ON - \delta K_0 (RN-SM)] \right\}^2} , \quad (4-16)$$

$$\text{uz } z_2 = 0 \quad z_3 = 0 \quad \text{i } x_3 = 0 .$$

Za daljnji postupak naročito je zgodno normirati izraz za pojačanje snage obzirom na maksimalno pojačanje  $A_{s0}$  u slučaju za  $\delta = 0$ . U ovom slučaju promijenjene veličine označit ćemo indeksom "0". Tako je :

$$M_0 = 1 + K_1 - K_2, \quad O_0 = \emptyset, \quad R_0 = 1 - K_2,$$

$$N_0 = Z_1, \quad P_0 = \emptyset, \quad S_0 = \emptyset.$$

Oдавде izlazi izraz za normirano pojačanje:

$$\frac{A_s}{A_{s0}} = - \frac{(M_0^2 + N_0^2) \sqrt{(O + jN)^2}}{N_0^2 \sqrt{M^2 + N^2 - [O^2 + P^2 + 2\delta K_0(OR + PS)] + 2j[PM - ON - \delta K_0(RN - SM)]}} \quad (4-17)$$

gdje je pojačanje snage za  $\delta = 0$  dano izrazom:

$$A_{s0} = \frac{-4D N_0^2}{[M^2 + N^2]^2} \quad (4-18)$$

Sada možemo pristupiti razradi svakog pojedinog slučaja.

1. Slučaj. Modulator sa zbrojem i razlikom frekvencija predstavlja prvi stupanj pojačala i njega ćemo promatrati samog za sebe. Ovdje je još  $x_2 = 0$ ,  $K_1 = 0$  i  $K_2 = 0$ , te su vrijednosti:

$$M = 1, \quad O = \emptyset, \quad R = 1, \quad S = \emptyset,$$

$$N = Z_1, \quad P = x_1, \quad T = \emptyset, \quad U = \emptyset.$$

Nakon uvrštavanja ovih vrijednosti u izraz (4-16), dobivamo za slučaj modulatora sa zbrojem i razlikom frekvencija, da je pojačanje

$$A_s = -4D_1 \frac{z_1^2}{\sqrt{[1 + z_1^2 - x_1^2 + 2j(x_1 - \delta K_0 z_1)]^2}} \quad (4-19)$$

odakle je opet pojačanje snage za  $x_1 = 0$  ( $\delta = 0$ ) prema (4-18)

$$A_{s0} = D_1 \frac{4z_1^2}{(1 + z_1^2)^2} \quad (4-20)$$

Možemo uočiti važnu već spominjanu činjenicu, da je pojačanje snage parametarskog pojačala tipa modulator sa zbrojem i razlikom frekvencija jednako nuli u slučaju podešavanja na rezonantnu frekvenciju ( $z_1 = 0$ ). Prema tome nužan je neki nesklad  $z_1 \neq 0$ , da bi došlo do pojačanja. Ekstrem funkcije  $A_{s0}$  lako je naći: izjednačenjem prve derivacije sa nulom, kada se može vidjeti da je maksimalno pojačanje ostvarivo za  $z_{1m} = \pm 1$  i kada je  $A_{s0 \max} = D_1$ . Na slici 13. predočeno je pojačanje snage  $A_{s0}$  kao funkcija nesklada  $z_1$ .

8. Zaključak. Maksimalno pojačanje snage u slučaju jednostepenog niskofrekventnog parametarskog pojačala se ostvaruje samo kod nesklada  $Z_{im} = \pm 1$ . U slučaju rezonancije  $Z_1 = 0$  pojačanje je nula.-

Iz izraza za normirano pojačanje snage (4-17) izlazi uvrštavanjem vrijednosti za navedeni slučaj da je

$$\frac{A_s}{A_{s0}} = \frac{[1+z_1^2]^2}{\left| \left[ 1+z_1^2-x_1^2 + 2jx_1\left(1-\frac{x}{2}z_1\right) \right] \right|^2} \quad (4-21)$$

odakle je apsolutna vrijednost nazivnika normiranog pojačanja

$$\frac{A_s}{A_{s0}} = \frac{[1+z_1^2]^2}{[1+z_1^2-x_1^2]^2 + 4[x_1-\delta K_0 z_1]^2} \quad (4-22)$$

Ovdje je zgodno veličinu  $\delta$  izraziti sa  $x_1$

$$\delta K_0 = \delta K_0 \frac{2Q_1}{2Q_1} = \frac{K_0}{2Q_1} x_1 = \frac{x}{2} x_1, \quad \text{gdje je } x = \frac{K_0}{Q_1} = \gamma^2 Q_x = \gamma^2 \frac{G_{21}}{G_{11}} Q_1. \quad (4-23)$$

Na osnovu ovoga i sredjivanja nazivnika možemo pisati jednadžbu (4-22) na slijedeći način povoljan za analizu

$$\frac{A_s}{A_{s0}} = \frac{[1+z_1^2]^2}{x_1^4 + 2x_1^2 \left[ 1-z_1^2\left(1-\frac{x}{2}\right) - 2xz_1 \right] + (1+z_1^2)^2} \quad (4-24)$$

Ovaj izraz daje nam mogućnost odredjivanja ovisnosti normiranog pojačanja snage o frekvenciji ulaznog signala  $\omega_1$  odnosno  $\delta$ , što pretstavlja frekvencijsku karakteristiku pojačala.

Budući je brojnik izraza (4-24) neovisan o promjenama relativne frekvencije  $\delta$ , dovoljno je razmatrati promjene funkcije u nazivniku koju ćemo označiti sa  $y_1$  i napisati

$$y_1 = x_1^4 + 2x_1^2 \left[ 1-z_1^2\left(1-\frac{x}{2}\right) - 2xz_1 \right] + (1+z_1^2)^2 = x_1^4 + 2b_1 x_1^2 + c_1. \quad (4-25)$$

Ovo je bikvadratna funkcija, gdje je značenje koeficijenata  $b_1$  i  $c_1$  lako uočljivo. Da bismo odredili ponašanje ove funkcije odredimo ekstreme. U tom smislu potražimo prvu derivaciju izraza  $y_1$  i izjednačimo je s nulom.

$$y_1' = 4x_1^3 + 4b_1 x_1 = 0.$$

Izlaze tri ekstrema

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-b_1} = \pm \sqrt{z_1^2\left(1-\frac{x}{2}\right) + 2xz_1 - 1} \quad \text{i} \quad x_{1,3} = 0 \quad (4-26)$$

Druga derivacija funkcije  $y_1$  pokazuje da je za  $x_{1,3} = 0$   $y_1'' < 0$ , što znači maksimum, dok za  $x_{1,1,2}$  je  $y_1'' = 8[z_1^2\left(1-\frac{x}{2}\right) + 2xz_1 - 1] > 0$ , pa funkcija  $y_1$  ima minimum, odnosno funkcija  $\frac{A_s}{A_{s0}}$  za  $x_{1,1,2}$  ima maksimum, a za  $x_{1,3}$  ima minimum. Iz (4-26) vidimo, da je postojanje više od jednog ekstrema uvjetovano veličinom vrijednosti  $b_1$ . Ako je  $b_1 < 0$ , imamo tri

ekstrema, pa je i frekvencijska karakteristika valovita. Za  $b_1 > 0$  izraz pod korjenom je negativan, što znači imaginarna vrijednost za  $x_{1/2}$  odnosno nepostojanje maksimuma. Frekvencijska karakteristika pretstavlja glatku funkciju. Granični slučaj maksimalno glatke funkcije biti će za  $b_1 = 0$ .

Prema tome za postojanje ekstrema je nužno da je  $x > 0$  (jer ne može biti  $x < 0$ ) kao i  $z_1 \neq 0$  tj. da postoji nesklad. Ako bismo u funkciju  $y_1$  uvrstili vrijednosti za  $\pm x_{\min} = x_{1/2}$  dobivamo geometrijsko mjesto tačaka minimuma funkcije  $y_1$ , što odgovara maksimumu frekvencijske karakteristike. Tako izlazi da je

$$y_{1\min} = -x_{1\min}^4 + (1+z_1^2)^2 \quad (4-27)$$

Vidimo da je ovo parabola 4.-tog reda čiji je graf recipročne vrijednosti predočen krivuljom crta-tačka na sl.14. Kvalitativni graf funkcije  $y_1$  također je lako nacrtati promatrajući zbroj ili razliku funkcija  $x_1^4$  i  $b_1 x_1^2$  uz translaciju duž osi  $y$  za vrijednost  $(1+z_1^2)^2 = c_1$ . Kvalitativni graf funkcije pojačanja snage  $\frac{A_s}{A_{s0}}$  dobivamo iz kvocijenta  $\frac{1+z_1^2}{y_1}$  koji pretstavlja frekvencijsku karakteristiku obzirom na normiranu frekvenciju  $x_1$  ili  $\delta$ , odnosno, frekvenciju ulaznog signala  $\omega_1$ . Familija ovih karakteristika za različite vrijednosti  $b_1$  prikazana je na sl.14.

Kao što je ranije rečeno sve su krivulje glatke (sl.14) (bez ekstrema) za sve vrijednosti  $b_1 > 0$  odnosno

$$z_1^2 \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) + 2xz_1 - 1 > 0 \quad (4-28)$$

Smanjenjem vrijednosti  $b_1$  krivulje se sve više "šire" (veća granična frekvencija  $\omega_{1g}$ ). Kao granični slučaj najšire frekvencijske još glatke karakteristike uzimamo  $b_1 = 0$ . Krivulja maksimalne glatkosti za  $b_1 = 0$  odgovara Butterworth-ovoj aproksimaciji, kada funkcija  $y_1$  poprima oblik

$$y_1 = x_1^4 + c_1 \quad (\text{Butterworth}) \quad (4-29)$$

Veličina  $x$  za koju je  $b_1 = 0$  slijedi iz izraza (4-26)

$$x_{1/2} = \frac{1}{z_1} \left[ 2 \pm \sqrt{2(1+z_1^2)} \right] \quad (4-30)$$

Iako u ovom slučaju nemamo najširu frekvencijsku karakteristiku, ipak je ovaj slučaj najpovoljniji, zbog linearne fazne karakteristike, koja je potrebna za vjerno pojačavanje napona nesinusoidalnih valnih oblika.

Za slučajeve  $b_1 < 0$  pojavljuje se valovistost i najšira frekvencijska karakteristika. Ovo ali nije tako povoljno obzirom na nelinearnu



faznu karakteristiku. Osim toga, ovaj slučaj je vrlo teško praktički realizirati, jer je potreban veliki  $x = \gamma_1^2 Q_x$ , što se teško može ostvariti u slučaju jednog stupnja pojačanja. Posebnim izborom veličine  $b_1 < 0$  i  $c_1$  može se postići i aproksimacija frekvencijske karakteristike Čebišev-ljevim polinomima. Ova aproksimacija sa praktičnog stanovišta u konkretnom slučaju nema značenja, jer iziskuje veliki nesklad  $z_1 \gg 1$  za malu valovitost, što opet nije povoljno sa gledišta maksimalnog pojačanja, pa se prema tome ovaj slučaj neće dalje razmatrati. Na sl.15. prikazana je promjena funkcije  $b_1$  u ovisnosti o  $z_1$ .

Naročito je interesantno ispitati slučaj, kada nastaju samooscilacije, a to je kada  $b_1$  postaje sve negativniji, dok ne dosegne kritičnu vrijednost  $b_0$  za koju veličina  $y_1$  isčezava. Prema izrazu (4-21) izlazi, da je ovo ispunjeno, kada je realni i imaginarni dio nazivnika jednak nuli, odnosno iz uvjeta

$$\frac{x}{2} z_1 = 1 \quad i \quad 1 + z_1^2 - x^2 = 0 . \quad (4-31)(4-32)$$

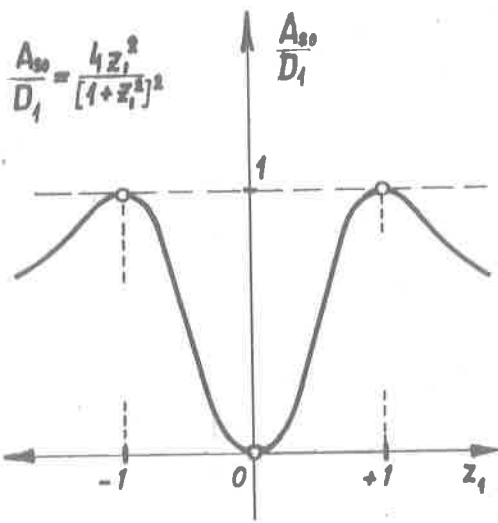
Objee ove funkcije pretstavljaju hiperbole od kojih su prvoj (4-31) osi zakrenute za  $45^\circ$  prema apsisci, dok se drugoj (4-32) osi podudaraju sa koordinatnim osima. Objee ove hiperbole prikazane su na sl.16.

Vidimo na osnovu prvog uvjeta (4-31) da se povećanjem nesklada  $z_1$  oscilacije mogu ostvariti i manjim vrijednostima  $x$ . Budući je  $x$  samo pozitivan, to simetrična slika u trećem kvadrantu koordinatnog sistema ne dolazi u obzir. Drugi uvjet (4-32) možemo napisati i u obliku

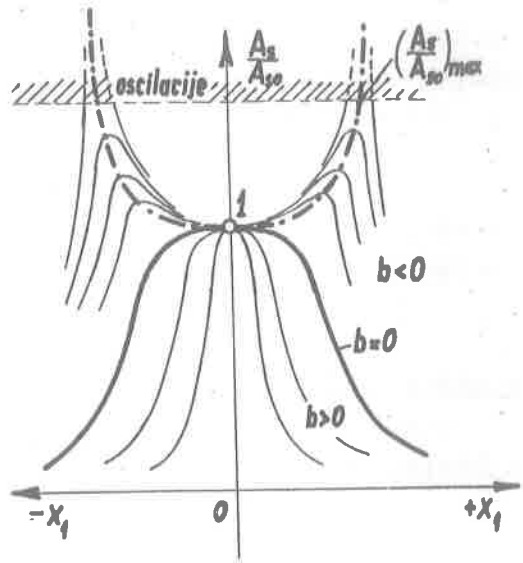
$$x_1^2 - z_1^2 = 1 , \quad (4-33)$$

koji daje odnos između nesklada  $z_1$  i normirane veličine  $x_1$  odnosno  $\delta_1$ .

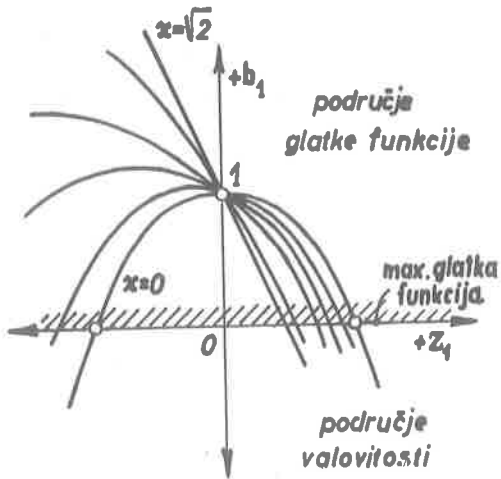
Iz ovog uvjeta izlazi, da su oscilacije moguće tek kod  $z_1 > 1$  i pri tome što je nesklad  $z_1$  veći mora biti veća i frekvencija  $\omega_1(x, ili \delta)$ . Ova frekvencija je u isto vrijeme i frekvencija oscilacija. Budući smo rekli da može biti veličina  $x = \gamma_1^2 Q_x$  samo pozitivna, to izlazi na osnovu prvog uvjeta  $z_1 = \frac{2}{x}$  da oscilacije mogu nastati samo kod pozitivnog nesklada ( $z_1 > 0$ ). Ovo proizlazi i sa sl.10., jer je za pozitivni  $z_1$  admitancija razlike frekvencija manja od admitancije zbroja frekvencija modulatora što znači, da dominira efekt razlike frekvencija, koji daje u ulaznom krugu veću negativnu vodljivost, nego što zbroj frekvencija daje pozitivnu vodljivost, pa mogu nastati samooscilacije. U slučaju  $z_1 < 0$  pozitivna vodljivost unesena u ulazni krug je veća od negativne, te ne može doći do oscilacija.



Sl.13

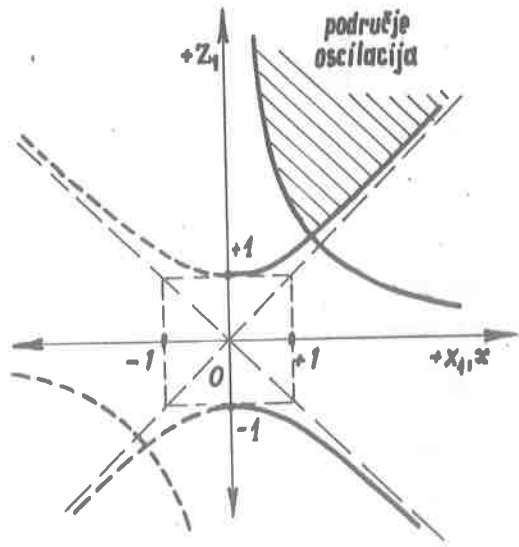


Sl.14



$$b_1 = 1 - 2xz_1 - z_1^2 \left(1 - \frac{x^2}{2}\right)$$

Sl.15

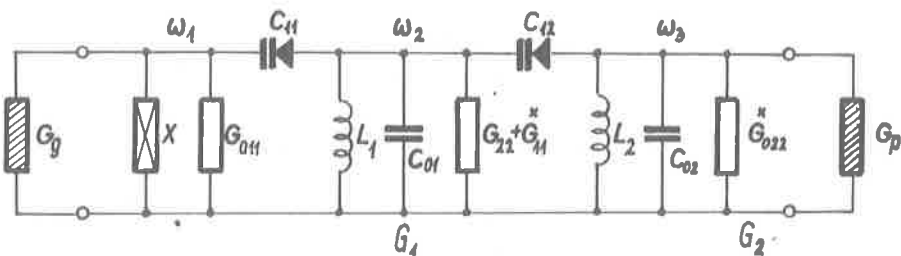


Sl.16

9. Zaključak. Niskofrekventno parametarsko pojačalo predstavljeno modulatorom sa zbrojem i razlikom frekvencija u ovisnosti o veličini  $b_1$  može ostvariti glatku frekvencijsku karakteristiku za  $b_1 \leq 0$ . Pri tome  $b_1 = 0$  odgovara Butterworthovoj aproksimaciji. Kod ovog tipa pojačala može doći do samooscilacija samo, ako su  $x > 0$ ,  $z_1 > 0$  i  $x_1 \neq 0$ , te ispunjeni uvjeti samooscilacija (4-31) i (4-32).-

10. Zaključak. Za negativan nesklad  $z_1 < 0$  ne može doći do samooscilacija. Samooscilacije nastaju samo u slučaju pozitivnog nesklada  $z_1 > 0$ .-

2. Slučaj. Modulator sa zbrojem i razlikom frekvencija čvrsto spregnut sa modulatorom sa zbrojem ili razlikom frekvencija. Ovaj slučaj predstavlja sistem od dva čvrsto spregnuta stupnja parametarskog pojačala predočena principijelnom shemom na sl.17.



Sl.17

Sada imamo veličine  $x_1 \neq 0$ ,  $z_1 \neq 0$ ,  $K_0 \neq 0$  i  $K_1 \neq 0$ , dok veličina  $x_2$  iako postoji, zanemarivo je mala prema ostalim veličinama iz dva razloga: prvo, jer je  $x_2 = 2\delta Q_2 \eta_2$  (u ovom slučaju) pa zbog  $\eta_2 = \frac{\omega_2}{\omega_3}$  koji je redovito manji od  $\frac{1}{4}$  smanjuje se utjecaj promjene  $\delta$  i drugo, jer je  $Q_2$  zbog vanjskog opterećenja  $Q_2 \ll Q_1$ . Prema tome možemo uzeti da je  $x_2 = 0$ . Kako  $K_2$  u ovom slučaju ne postoji, to je:

$$M = 1 \pm K_1, \quad O = \emptyset, \quad R = 1, \quad S = 0,$$

$$N = Z_1, \quad P = X_1, \quad T = 0, \quad U = 0.$$

Na osnovu ovog imamo, da je pojačanje snage za  $x_1 = 0$

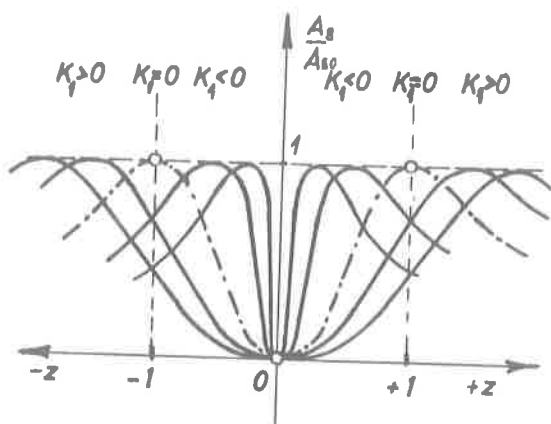
$$A_{so} = D_2 \frac{4z_1^2}{[(1 \pm K_1)^2 + z_1^2]^2}. \quad (4-34)$$

Ova funkcija ima maksimum obzirom na  $z_1$  kod

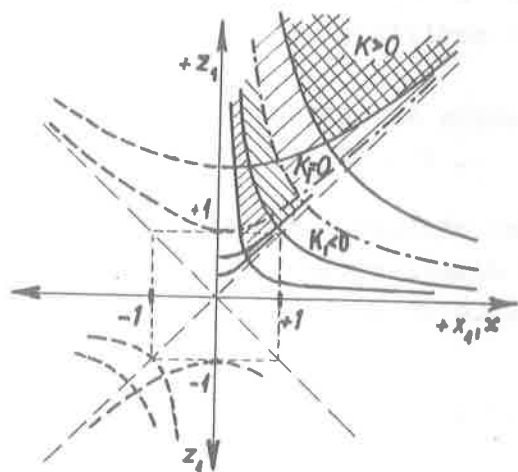
$$z_{1m} = \pm (1 \pm K_1), \quad (4-35)$$

zato se za negativni  $K_1 < 0$  maksimalno pojačanje ostvaruje kod manjih

nesklada, nego za  $K_1 > 0$ , što je razumljivo obzirom na promjenu dobrote  $Q_1$  prvog titrajnog kruga zbog unošenja negativne odnosno pozitivne vodljivosti od strane drugog stupnja. Familija krivulja maksimalnog pojačanja za ovaj slučaj uz razne vrijednosti  $K_1$  predočena je u sl.18.



Sl. 18



Sl. 19

Izraz za normirano pojačanje snage u ovom slučaju dobivamo iz općeg izraza (4-17) i glasi

$$\frac{A_s}{A_{so}} = \frac{[(1 \pm K_1)^2 + z_1^2]^2}{\left\{ [(1 \pm K_1)^2 + z_1^2 - x_1^2 + 2jx_1 \left[ (1 \pm K_1) - \frac{x_2}{2} z_1 \right]] \right\}^2} \quad (4-36)$$

odakle je apsolutna vrijednost nazivnika normiranog pojačanja

$$\frac{A_s}{A_{so}} = \frac{[(1 \pm K_1)^2 + z_1^2]^2}{[(1 \pm K_1)^2 + z_1^2 - x_1^2]^2 + 4x_1^2 \left[ (1 \pm K_1) - \frac{x_2}{2} z_1 \right]^2} \quad (4-37)$$

ili u obliku

$$\frac{A_s}{A_{so}} = \frac{[(1 \pm K_1)^2 + z_1^2]^2}{x_1^4 - 2x_1^2 \left[ z_1^2 \left( 1 - \frac{x_2^2}{2} \right) + 2x_2 z_1 (1 \pm K_1) - (1 \pm K_1)^2 \right] + [z_1^2 + (1 \pm K_1)^2]^2} \quad (4-38)$$

Promatramo li ove izraze vidimo potpunu analogiju sa 1. slučajem, samo ovdje  $1 \pm K_1$  odgovara veličini 1 iz 1. slučaja

$$b_2 = (1 \pm K_1)^2 - z_1^2 \left( 1 - \frac{x_2^2}{2} \right) - 2x_2 z_1 (1 \pm K_1) \quad (4-39)$$

$$c_2 = z_1^2 + (1 \pm K_1)^2 \quad (4-40)$$

Sada je daleko lakše ostvariti valovitost frekvencijske karakteristike sa mnogo manjim neskladom  $z_1$  uz  $K_1 < 0$ , nego u prvom slučaju.

Ekstremi ovdje leže na krivulji

$$y_{2min} = -x_{1min}^4 + [(1 \pm K_1)^2 + z_1^2]^2 \quad (4-41)$$

dok su uvjeti nastajanja samooscilacija izraženi sa

$$x = \frac{2}{z_1} (1 \pm K_1) \quad i \quad x_1^2 - z_1^2 = (1 \pm K_1)^2. \quad (4-42)$$

U slučaju  $K_1 < 0$  mnogo lakše dolazi do samoosciliranja, nego u 1. slučaju, dok za  $K_1 > 0$  dolazi teže, pa je prema tome za  $K_1 > 0$ , pojačalo stabilnije. Ovo proizlazi iz činjenice, da se kod  $K_1 < 0$  unosi negativna vodljivost u prvi titrajni krug, a za  $K_1 > 0$  pozitivna vodljivost.

Krivulje koje predočuju uvjete nastajanja samooscilacija prikazane su na sl.19., gdje je dan slučaj za  $K_1 > 0$ ,  $K_1 = 0$  i  $K_1 < 0$ .

11. Zaključak. 2. Slučaj je u potpunosti analogan 1. slučaju samo, što je moguće izvršiti "sabijanje" ili "razvlačenje" frekvencijskih karakteristika pojačala već prema tome, da li je  $K_1 < 0$  i  $K_1 > 0$ . Ovo vrijedi uz pretpostavku  $x_2 \ll x_1$ .

Kasnije će se pokazati, da se u ovom slučaju mogu postići i veća pojačanja za  $K_1 < 0$ , ali uz veću nestabilnost.-

3. Slučaj. Modulator sa zbrojem i razlikom frekvencija slabo spregnut sa modulatorom sa razlikom ili zbrojem frekvencija. Ovo je slučaj sa najboljim performancijama, ali i najslabiji za matematičku obradu. Principijelna shema ovog sklopa prikazana je na sl.12. Sprega među stupnjevima je slaba i u primjeru ovdje tretiranom kapacitivna ( $C_k$ ), no može biti izvedena i kao induktivna ( $L_K$ ), što ne utječe na rezultate. U ovom slučaju kao i u prethodnom veličine  $x_3$  i  $z_3$  možemo zanemariti. Sprega među stupnjevima je sadržana u koeficijentu  $K_1$ , koji budući je predstavljen nepromjenljivom kapacitivnošću  $C_k$  je uvijek pozitivan. Može se napisati zbog  $x_1 \neq 0$ ,  $z_1 \neq 0$ ,  $x_2 \neq 0$ ,  $K_0 \neq 0$ ,  $K_1 > 0$ ,  $K_2 \leq 0$ , da je:

$$\begin{aligned} M &= 1 + K_1 + K_2 - z_1 x_2, & O &= -x_1 x_2, & R &= 1 + K_2, & S &= x_2, \\ N &= z_1 (1 + K_2) + x_2, & P &= x_1 (1 - K_2), & T &= \emptyset, & U &= \emptyset. \end{aligned}$$

Maksimalno pojačanje dobivamo kada je  $x_1 = 0$  na osnovu izraza (4-18)

$$A_{so} = D_3 \frac{4 z^2 (1 - K_2)^2}{[(1 + K_1 + K_2)^2 + z_1^2 (1 - K_2)^2]^{3/2}}. \quad (4-43)$$

Maksimum ove funkcije obzirom na nezavisnu varijablu  $z_1$ , je kod

$$z_{1m} = \pm \left( 1 + \frac{K_1}{1 + K_2} \right). \quad (4-44)$$

U ovom slučaju je za razliku od prethodnog potreban veći nesklad  $z_1$ ,

ako je  $K_2 < 0$ , odnosno manji za  $K_2 > 0$ . Ako se izluči zajednički faktor  $(1 \mp K_2)^2$  iz nazivnika izraz (4-43) poprima oblik

$$A_{90} = \frac{D_3}{(1 \mp K_2)^2} \frac{4z_1^2}{\left[ \left(1 + \frac{K_1}{1 \mp K_2}\right)^2 + z_1^2 \right]^2},$$

koji je po svojoj formi analogan onima u 1. i 2. slučaju, pa njegov graf nećemo posebno prikazati.

Normirano pojačanje snage izlazi uvrštavanjem vrijednosti za M, N, O, P, R i S u opći izraz (4-17)

$$\frac{A_S}{A_{90}} = - \frac{4 \{ -x_1 x_2 + j [z_1 (1 \mp K_2) + x_2] \}^2 \left[ (1 + K_1 \mp K_2)^2 + z_1^2 (1 \mp K_2)^2 \right]^2}{|y_3^*|^2 z_1^2 (1 \mp K_2)^2}, \quad (4-45)$$

gdje je  $y_3^*$  kompleksna funkcija oblika

$$y_3^* = \left\{ (1 + K_1 \mp K_2 - z_1 x_2)^2 + [z_1 (1 \mp K_2) + x_2]^2 - x_1^2 x_2^2 - x_1^2 (1 \mp K_2)^2 + 2j \left\{ x_1 (1 + K_1 \mp K_2 - z_1 x_2) (1 \mp K_2) + x_1 x_2 [z_1 (1 \mp K_2) + x_2] \right\} - \delta K_0 \left[ (1 \mp K_2) [z_1 (1 \mp K_2) + x_2] - x_2 (1 + K_1 \mp K_2 - z_1 x_2) \right] \right\}$$

nakon izvjesnog sredjivanja može se funkcija  $y_3^*$  napisati

$$y_3^* = \left\{ (1 + K_1 \mp K_2 - z_1 x_2)^2 + z_1^2 \left[ (1 \mp K_2) + \frac{x_2}{z_1} \right]^2 - x_1^2 \left[ (1 \mp K_2)^2 + x_2^2 \right] + 2j x_1 \left\{ \left[ (1 \mp K_2)^2 + x_2^2 + K_1 (1 \mp K_2) \right] - \frac{x_2}{z_1} z_1 \left[ (1 \mp K_2)^2 + x_1^2 - \frac{x_2}{z_1} K_1 \right] \right\} \right\}. \quad (4-46)$$

Vidimo, da funkcija  $y_3^*$  ima izvjesne sličnosti po svojoj gradnji sa funkcijama nazivnika  $y_1$  i  $y_2$  u 1. i 2. slučaju samo koeficijenti uz  $z_1$  i  $x_1$  više nisu 1, nego imaju složeniji oblik. Kada bismo se kvadriranjem riješili zagrada i potražili apsolutnu veličinu funkcije  $|y_3^*|$ , te članove poredali po redu potencija, dobili bismo jedan polinom 8-og reda. Iz toga bismo polinoma vrlo malo mogli dobiti služeći se običnim načinom računanja bez strojeva za računanje. Zato ćemo se poslužiti još jednom grubom aproksimacijom tj. da je  $(1 \mp K_2) \ll x_2$ . Ova aproksimacija je prihvatljiva za  $K_2 > 0$ , dok u slučaju  $K_2 < 0$  dozvoljena je samo za vrlo male  $x_2$ . Drugim riječima pretpostavljamo, da je  $Q_2 < Q_1$  i da frekvencija  $\omega_1$  nije velika.

Na osnovu navedene aproksimacije izlazi, da je normirano pojačanje snage

$$\frac{A_S}{A_{90}} = \frac{4 \left[ (1 + K_1 + K_2)^2 + z_1^2 (1 + K_2)^2 \right]^2}{\left\{ \left[ (1 + K_1 + K_2)^2 + z_1^2 (1 + K_2)^2 - x_1^2 (1 + K_2)^2 + 2j x_1 \left[ (1 + K_2) (1 + K_1 + K_2) - \frac{x_2}{z_1} z_1 (1 + K_2)^2 \right] \right] \right\}^2}. \quad (4-47)$$

Ako potražimo apsolutnu vrijednost nazivnika, varijablu  $x_1$  složimo po padajućim potencijama te brojnik i nazivnik podijelimo sa  $(1 + K_2)^2$ , dobivamo

$$\frac{A_S}{A_{90}} = \frac{4 \left[ \left(1 + \frac{K_1}{1 + K_2}\right)^2 + z_1^2 \right]^2}{x_1^4 - 2 x_1^2 \left[ z_1^2 \left(1 - \frac{x_2^2}{z_1^2}\right) + 2 x z_1 \left(1 + \frac{K_1}{1 + K_2}\right) - \left(1 + \frac{K_1}{1 + K_2}\right)^2 \right] + \left[ z_1^2 + \left(1 + \frac{K_2}{1 + K_2}\right)^2 \right]^2}. \quad (4-48)$$

Vidimo, da je ovaj izraz po svojoj formi potpuno sličan 1. i 2. slučaju.

Ovdje je

$$b_3 = \left(1 + \frac{K_1}{1+K_2}\right)^2 - z_1^2 \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) - 2xz_1 \left(1 + \frac{K_1}{1+K_2}\right), \quad (4-49)$$

$$c_3 = \left(1 + \frac{K_1}{1+K_2}\right)^2 + z_1^2. \quad (4-50)$$

Sada je mjesto vrijednosti 1 u 1. slučaju i  $(1+K_1)$  u 2. slučaju, došla veličina  $\left(1 + \frac{K_1}{1+K_2}\right)$ , pa bi ekstremi za  $b_3 < 0$  bili na krivulji

$$y_{3min} = -x_{1min}^4 + \left[\left(1 + \frac{K_1}{1+K_2}\right)^2 + z_1^2\right]^2. \quad (4-51)$$

Uvjeti nastajanja samooscilacija su

$$x = \frac{2}{z_1} \left(1 + \frac{K_1}{1+K_2}\right), \quad x_1^2 - z_1^2 = \left(1 + \frac{K_1}{1+K_2}\right)^2. \quad (4-52)(4-53)$$

12. Zaključak. 3. Slučaj je sličan 1. i 2. slučaju, ukoliko je  $Q_2 < Q_1$  uz  $K_2 > 0$ .

Eksperimentalno se može potvrditi dobro podudaranje 3. slučaja sa prethodnim za  $K_2 > 0$ .

#### 4.2. Gornja granična frekvencija

Gornju graničnu frekvenciju niskofrekventnog parametarskog pojačala  $\omega_{1g}$  određujemo iz granične frekvencije u području visoke frekvencije uz pretpostavku, da je granična frekvencija ulaznog kruga (niski propust) mnogo veća pa da prema tome ne utječe. Prema tome graničnu frekvenciju  $\omega_{1g}$  određuju titrajni krugovi  $(Q_1, Q_2)$ , a stvarno zbog pretpostavke  $Q_2 < Q_1$  naviše  $Q_1$ . Iz granične frekvencije u području visokih frekvencija  $\delta_g$ , dobiva se granična frekvencija u području niskih frekvencija, dovoljno tačno iz relacije

$$\omega_{1g} = \delta_g - \omega_2. \quad (4-54)$$

Granična frekvencija  $\delta_g$  je ona, kod koje normirano pojačanje snage  $\frac{A_s}{A_{s0}}$  padne na polovinu svoje vrijednosti. Tako je normirana širina pojasa  $2\delta_g$  određena sa više faktora. Mi ćemo potražiti najveću širinu pojasa za još glatku funkciju, a to je za  $b = 0$ . Nesklad  $z_1$  ćemo odabrati takav, da dobijemo najveće pojačanje, što je sa praktičkog gledišta najvažnije. Ovdje ćemo prikazati 1. slučaj tj. modulator sa zbrojem i razlikom frekvencija, dok će ostali slučajevi biti predočeni tabelarno.

Prema rečenome i na osnovu izraza (4-24) izlazi

$$\frac{A_s}{A_{s0}} = \frac{c_1}{x_1^4 + 2b_1 x_2^2 + c_1} = \frac{1}{2},$$

gdje je za  $b_1 = 0$  i nakon uvrštavanja vrijednosti za  $c_1 = 1+z_1^2$  izlazi

$$x_{1g}^4 - (1+z_1^2)^2 = 0 .$$

Ako postavimo onu vrijednost nesklada  $z_1$  za koju je pojačanje snage maksimalno, izlazi

$$x_{1g} = \pm \sqrt{1+z_1^2} = \pm \sqrt{2} .$$

Predznak ovdje nije važan, jer se traži apsolutna vrijednost. Iz  $x_{1g}$  određuje se  $\delta_{1g}$  kao

$$\delta_{1g} = \frac{x_{1g}}{2Q_1} = \frac{1}{\sqrt{2} Q_1} . \quad (4-55)$$

Na kraju imamo gornju graničnu frekvenciju

$$\omega_{1g} = \frac{\omega_2}{\sqrt{2} Q_1} . \quad (4-56)$$

Analognim postupkom možemo odrediti granične frekvencije i za 2. odnosno 3. slučaj. Ovi rezultati dati su tabelarno.

TABELA V

1. Slučaj	2. Slučaj	3. Slučaj
$\omega_{1g} = \frac{\omega_2}{\sqrt{2} Q_1}$	$\omega_{1g} = \frac{\omega_2}{\sqrt{2} Q_1} (1 \pm K_1)$	$\omega_{1g} = \frac{\omega_2}{\sqrt{2} Q_1} (1 + \frac{K_1}{1+K_2})$
$b_1 = 0 \quad z_1 = 1$	$b_2 = 0 \quad z_1 = 1 \pm K_1$	za $Q_1 > Q_2$ i $K_2 > 0 \quad b_3 = 0$ $z_1 = (1 + \frac{K_1}{1+K_2})^2$

Kasnije će biti pokazano, da je optimalna sprega u 3. slučaju  $K_1 = 1 \pm K_2$ , što nakon uvrštavanja u izraz za  $\omega_{1g}$  daje

$$\omega_{1g} = \frac{\omega_2}{\sqrt{2} Q_1} \cdot 2 , \quad (4-57)$$

pa izlazi da je u 3. slučaju 2 puta širi pojas, nego u 1. slučaju.

Na osnovu prikazane tablice može se stvoriti slijedeći:

**13. Zaključak.** U 2. i 3. slučaju niskofrekventnog parametarskog pojačala postiže se viša granična frekvencija  $\omega_{1g}$ , nego u 1. slučaju, kada je  $K_1 > 0$  odnosno  $K_2 > 0$ , dok je za  $K_1 < 0$  ili  $K_2 < 0$  granična frekvencija  $\omega_{1g}$  manja, znači pojas uži.-



### 4.3. Granice maksimalnog pojačanja

Možda je najinteresantnije pitanje sa stanovišta prakse: kakova se najveća pojačanja mogu ostvariti niskofrekventnim parametarskim pojačalom i koji su elementi koji na to utječu, te kako ih najpovoljnije odabrati? To je sadržaj ovog poglavlja.

U slučaju glatke frekvencijske karakteristike maksimalno je pojačanje za  $\delta = 0$ . Odredimo sada za 2. slučaj kakav  $K_1$  mora biti, da bi pojačanje  $A_{s0}$  bilo maksimalno. Iz izraza za pojačanje snage  $A_{s0}$  kod  $\delta = 0$  dobiva se za parametarsko pojačalo u 2. slučaju da je

$$A_{s0} = 4D_0 \frac{N_0^2}{[M_0^2 + N_0^2]^2} = 4D_0 \frac{K_0 \cdot K_1 \cdot z_1^2}{[(1 \pm K_1)^2 + z_1^2]^2}, \quad (4-58)$$

gdje je  $D_0 = \frac{G_0 \cdot G_B}{G_0 \cdot G_{21}} \frac{1}{\eta_1}$ . Ranije smo pokazali izrazom (4-35) da je u 2. slučaju  $A_{s0}$  maksimalno uz  $z_{1m} = \pm(1 \pm K_1)$ . Uvrstimo li ovu vrijednost za  $z_1$  u gornji izraz (4-58) dobivamo nakon skraćivanja

$$A_{sok} = D_0 \frac{K_0 \cdot K_1}{(1 \pm K_1)^2}. \quad (4-59)$$

Ova funkcija ima ekstrem za  $\frac{\partial A_{sok}}{\partial K_1} = 0$  koji je ostvaren za

$$K_{1opt} = \pm 1. \quad (4-60)$$

Ovaj ekstrem pretstavlja maksimum, jer je  $\frac{\partial^2 A_{sok}}{\partial K_1^2} < 0$ . U ovom slučaju je i  $z_{1m} = \pm 2$ . Do istih rezultata bismo došli samo uz više računa da smo prvo odredili  $\frac{\partial A_{s0}}{\partial z_1} = 0$  i  $\frac{\partial A_{s0}}{\partial K_1} = 0$  pa iz dobivenih jednadžbi odredili  $K_{1m}$  i  $z_{1m}$ . Da su ovo stvarno maksimumi dokazuje

$$\frac{\partial^2 A_{s0}}{\partial z_1^2} \frac{\partial^2 A_{s0}}{\partial K_1^2} - \left( \frac{\partial^2 A_{s0}}{\partial z_1 \partial K_1} \right)^2 > 0 \quad \text{i} \quad \frac{\partial^2 A_{s0}}{\partial z_1^2} < 0.$$

Analogno ovom postupku možemo odrediti u 3. slučaju, slabe sprege  $K_1$  medju stupnjevima, koja je njezina optimalna vrijednost. Ovdje je

$$A_{s0} = 4D_0 \frac{K_0 \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot z_1^2 (1 \mp K_2)^2}{[(1 + K_1 \mp K_2)^2 + z_1^2 (1 \mp K_2)^2]^2}. \quad (4-61)$$

Prema izrazu (4-43) ova funkcija ima maksimum za  $z_{1m} = \pm \left( 1 + \frac{K_1}{1 \mp K_2} \right)$ , što uvršteno u izraz (4-61) daje samo funkciju od  $K_1$

$$A_{sok} = D_0 \cdot K_0 \cdot K_2 \frac{K_1}{(1 + K_1 \mp K_2)^2}. \quad (4-62)$$

Ekstrem ove funkcije je ostvaren za  $\frac{\partial A_{sok}}{\partial K_1} = 0$ , kada vrijedi

$$K_{1opt} = 1 \mp K_2. \quad (4-63)$$

I u ovom slučaju je isti nesklad  $z_{1m} = \pm 2$  kao i u 2. slučaju.

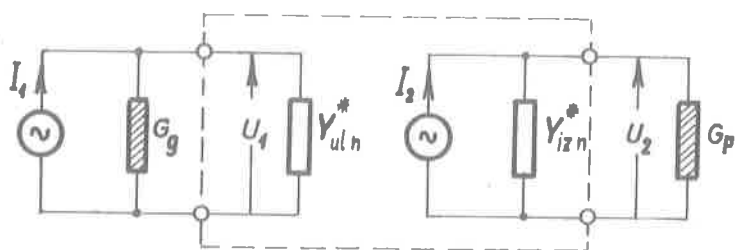
Uslov optimalne sprege  $K_1 = 1 \pm K_2$  za maksimalno pojačanje <sup>odgovara</sup> prilagodjivanju medju stupnjevima po zrcalnim admitancijama, što izlazi iz činjenice, ako se četveropol na sl.12. presječe po crtkanim linijama, onda je admitancija gledana u jednoj i u drugom smjeru ista. Odgovarajući nesklad  $z_{im} = \pm 2$  odgovara smanjenoj vrijednosti faktora kvalitete  $Q_1$  prvog titrajnog kruga za polovinu, zbog prilagodjenja narednim stupnjem. U daljnjem razmatranju uzimat će se optimalni nesklad  $z_{im}$  kao i sprege za maksimalno pojačanje. Pojačanje snage smo definirali kao odnos stvarne snage na potrošaču  $G_p$  dobivene preko četveropola naprama maksimalnoj snazi koju izvor unutrašnjeg otpora  $G_g$  može dati. Moglo se je pojačanje snage definirati i kao odnos izlazne snage na potrošaču  $G_p$  naprama stvarnoj ulaznoj snazi na ulaznom otporu  $G_{ul}^*$ . Ovako definirano pojačanje snage je mnogo veće u našem slučaju, gdje je  $G_{ul}^* \ll G_g$ , ali izlazna snaga je opet ista, što je osnovno, a pojačanje snage na ovaj način ispada zbog male ulazne snage vrlo veliko. Mi ćemo na prvoj definiciji ostati. Iako je mnogo važnije u ovoj primjeni znati naponsko pojačanje, ipak ćemo određivati pojačanje snage kojega maksimum odgovara i maksimumu naponskog pojačanja  $A_n$ , a veza izmedju ova dva pojačanja je jednostavna i dana izrazom:

$$A_n^2 = \left(\frac{U_2}{U_0}\right)^2 = \frac{1}{4} A_s \frac{G_g}{G_p} \quad (4-64)$$

uz pojačanje snage  $A_s$  definirano na prvi način. Da smo pojačanje snage definirali i na drugi način, naponsko pojačanje za isti odnos  $G_g$  i  $G_{ul}^*$  bi ostalo nepromijenjeno, što i mora biti ispunjeno. Maksimalno pojačanje snage odgovara maksimalnom naponskom pojačanju, jer naponsko pojačanje na izlazu iz pojačala možemo pomoću transformatora podići samo do tih granica, dok vanjska vodljivost  $G_{pv}$  priključena na sekundaru transformatoru ne dađe na primaru toliku vodljivost, kolika odgovara maksimumu pojačanja snage.

Da bi, dakle, ostvarili maksimalno pojačanje snage, potrebno je izvršiti prilagodjenje vodljivosti vanjskog potrošača  $G_p$  na izlaznu admitanciju pojačala  $Y_{i2}^*$  (ova je za  $\delta = 0$  isto vodljivost). Izrazima (3-134) i (3-135) dati su opći izrazi za izlaznu admitanciju, ali sa uključenom vodljivošću potrošača  $G_p$ .

Nas u ovom slučaju zanima izlazna admitancija samog pojačala bez potrošača te je označujemo sa (\*). Nadomjesnu shemu pojačala imamo u ovom slučaju predstavljenu slikom 20.



Sl.20

$$\begin{aligned} U_0 &= I_1(G_g + Y_{uln}^*) \\ U_1 &\approx U_0 \text{ za } G_g \gg Y_{uln}^* \\ U_2 &= I_2(G_p + Y_{izn}^*) \end{aligned}$$

Kod parametarskog pojačala predstavljenog 1. slučajem zbog  $X_0' = X_0'' = 0$  za  $\delta = 0$  izlazi iz općeg izraza za izlaznu admitanciju (3-133)

$$Y_{iz1}^* = Y_{o22}^* \quad (4-65)$$

zbog  $Y_{22} = Y_{o22} + G_p$  je  $Y_{iz1}^* = Y_{22} - G_p = Y_{o22}^*$ . Izrazi (3-134) i (3-135) spajaju se u jedan, jer je  $\delta = 0$ .

U 2. slučaju dvostepenog parametarskog pojačala sa čvrstom spregom je

$$Y_{2iz}^* = Y_{22}^x (1 \pm K_1) - G_p = (G_p + Y_{o22}^x)(1 \pm K_1) - G_p \quad (4-66)$$

Pri tome razmatramo samo jednu vrijednost izlazne admitancije budući je  $Y_{iz}^* = Y_{iz}^x$ ,  $X_1' = X_1''$ ,  $X_2' = X_2''$  zbog  $\delta = 0$ . Osim toga i izlazna admitancija je jednaka vodljivosti, pa se može pisati nakon sredjivanja relacije (4-66)

$$Y_{2iz}^* = G_{2iz}^* = G_{22}^x (1 \pm K_{01}) \quad (4-67)$$

gdje je

$$K_{01} = K_1 \frac{G_{22}^x}{G_{o22}^x} \quad (4-68)$$

Jednadžbe (4-66) se mogu prikazati kao

$$G_{22}^x (1 \pm K_1) = G_{2iz}^* + G_p \quad (4-69)$$

U 3. slučaju parametarskog pojačala sa slabom spregom je

$$Y_{3iz}^* = G_{3iz}^* = G_{22}^o \left(1 \pm \frac{K_2}{1+K_1}\right) - G_p \quad \text{gdje je } G_{22}^o = G_p + G_{o22}^o \quad (4-70)$$

Nakon sredjivanja ovog izraza može se napisati da je izlazna vodljivost

$$G_{3iz}^* = G_{o22}^o \left(1 \pm \frac{K_2}{1+K_1}\right) \quad \text{uz } K_2 = K_{o2} \frac{G_{o22}^o}{G_{22}^o} \quad (4-71)$$

Budući da je u slučaju prilagodjenja  $G_{3iz}^* = G_p$ , onda se može lako odrediti

$$G_{22}^o = G_{o22}^o + G_p = G_{o22}^o \left(2 \pm \frac{K_2}{1+K_1}\right) \quad (4-72)$$

odakle je  $K_2$  za ovaj slučaj

$$K_2 = \frac{K_{o2}}{2 \pm \frac{K_{o2}}{1+K_1}} \quad (4-73)$$

Kako je optimum sprege ostvaren sa  $K_1 = 1 \pm K_2$ , to uvrštavanjem ove vrijednosti u izraz (4-73) za  $K_2$ , dobivamo  $K_1$  izražen pomoću  $K_{O2}$

$$K_1 = \sqrt{1 \pm K_{O2}}, \quad (4-74)$$

što znači, ukoliko se pojačanje izrazi sa vrijednošću  $K_{O2}$ , onda je optimum sprege postignut sa gornjim uvjetom (4-74). Još neka je napisano prema (4-70)

$$\overset{\circ}{G}_{22} \left(1 \pm \frac{K_2}{1+K_1}\right) = G_{3iz}^* + G_p. \quad (4-75)$$

Promatranjem izlaznih vodljivosti  $G_{2iz}^*$  i  $G_{3iz}^*$  (4-67) i (4-70) u slučaju modulatora sa razlikom frekvencija izlazi da one mogu biti nula i negativne, jer veličina  $K_{O1}$  i  $K_{O2}$  može biti veća od 1, kada se veličine  $K_1$  ili  $K_2$  približuju vrijednosti 1, zbog  $K_{O1} > K_1$  ili  $K_{O2} > K_2$ . Budući da je nemoguće da vanjska vodljivost  $G_p$  bude nula ili čak negativna, to izlazi, da je u navedenom slučaju nemoguće prilagodjenje po zrcalnoj vodljivosti, kada je inače pojačanje snage maksimalno.

**14. Zaključak.** U slučaju modulatora sa razlikom frekvencija (drugi stupanj) nemoguće je postići prilagodjenje po zrealnim vodljivostima ( $G_{iz}^* = G_p$ ) u slučajevima  $K_{O1} \geq 1$  i  $K_{O2} \geq 1$ .

Odredimo sada redom pojačanja u sva tri slučaja sa optimalnom spregom K. Tako je u 1. slučaju pojačanje snage uz uvrštenu vrijednost za  $D_o$  iz izraza (4-58) dano

$$A_{so} = 4 \frac{G_g \cdot G_p}{G_n \cdot G_{22}} \frac{K_o}{\eta_2}, \quad (4-76)$$

gdje je  $K_o = \gamma_1^2 Q_x \cdot Q_1$  prema (3-89), a  $\eta_2 = 1$ , pa se može pisati uz  $Q_x = \frac{G_{22}}{G_n} Q_1$

$$A_{so} = 4 \cdot \frac{G_g \cdot G_p}{G_n^2} \gamma_1^2 Q_1^2. \quad (4-77)$$

Ovdje je  $G_n = G_{ol}^* + G_g$ , no kako je  $G_g \gg G_{ol}^*$ , to je  $G_n \approx G_g$ . Uvrstimo još vrijednost za faktor uzbude  $\gamma_1 = \frac{C_n}{2C_{o1}}$  i vrijednost za  $Q_1 = \frac{\omega_2 C_{o1}}{G_1}$ , gdje je  $G_1 = G_{o22}$ , izlazi da je

$$A_{so} = \frac{\omega_2^2 \cdot C_n^2}{G_g \cdot G_{22}}. \quad (4-78)$$

Kako je  $G_{22} = G_{o22} + G_p$ , a da bismo dobili maksimalnu izlaznu snagu, potrebno je načiniti  $G_p = G_{o22}$ . Označimo  $G_{o22}$  sa  $G_1$  radi preglednijeg pisanja dobivamo na kraju

$$A_{so \max} = \frac{\omega_2^2 C_n^2}{4 G_g G_1}. \quad (4-79)$$

Na posljednjem titrajnom krugu parametarskog pojačala napon je  $U_2$ . Mi ovaj napon možemo transformatorom povećati  $\epsilon$  puta (pretpostavljamo idealni transformator), tako da se vanjsko opterećenje (sa sekundara) prenese na

titrajni krug (primar namotaja)  $G_p = \varepsilon^2 G_{pv}$ , gdje radi maksimalne snage u 1. slučaju mora biti ispunjeno  $G_p = G_{o22}$ . Pri tome smo dobili vanjski napon tj. na izlaznim priključnicama parametarskog pojačala  $U_{2v}$ , koji je  $\varepsilon$  puta veći od onog  $U_2$  na izlaznom titrajnom krugu. Budući je u našem slučaju  $G_g \gg G_{ul}^*$  može se sa dovoljnom tačnošću smatrati da je  $U_1 \doteq U_o$ , pa se na osnovu izraza (4-64) i ovdje rečenog, može pisati

$$A_{nv}^2 = \varepsilon^2 A_n^2 = \varepsilon^2 \frac{G_g}{4G_p} A_{smax} \quad (4-80)$$

supstitucijom  $G_p = \varepsilon^2 G_{pv}$  izlazi

$$A_{nv}^2 = \frac{1}{16} \frac{\omega_2^2 C_H^2}{G_{pv} \cdot G_A}, \quad (4-81)$$

gdje smo sa  $G_1$  mjesto sa  $G_{o22}$  označili vodljivost titrajnog kruga u rezonanciji.

U 2. slučaju, tj. dvostepenom pojačalu sa čvrstom spregom prema izrazima (4-58) i (4-59) izlazi da je pojačanje snage

$$A_{so} = 4 \frac{G_g G_p}{G_H \cdot G_{22}} \frac{K_o \cdot K_1}{\eta_2 (1 \pm K_1)^2} \quad (4-82)$$

Uvrstimo ovdje već poznatu vrijednost za  $\frac{K_o}{\eta_2}$  u slijedećem obliku

$$\frac{K_o}{\eta_2} = \frac{\omega_3}{\omega_1} \gamma_1^2 Q_x Q_1 = \frac{\omega_3 C_{o1}}{G_H} \gamma_1^2 Q_1$$

te nakon množenja brojnika i nazivnika u izrazu (4-82) sa  $G_{22}^x$  dobiva se

$$A_{so} = 4 \frac{G_g \cdot G_p \cdot \omega_3 C_{o1} \cdot \gamma_1^2 Q_1 \cdot K_1 \cdot G_{22}^x}{G_H^2 \cdot G_{22}^2 (1 \pm K_1)^2} \quad (4-83)$$

Budući je obzirom na 14. zaključak moguće ostvariti prilagodjenje izlaza po zrcalnoj vodljivosti tj.  $G_{22}^x = G_p$ , onda se na osnovu izraza (4-69) i činjenice da je  $G_g \gg G_{ul}^*$ , može pisati

$$A_{so} = \frac{\omega_3 C_{o1} \gamma_1^2 Q_1 \cdot K_1 \cdot G_{22}^x}{G_g \cdot G_{22} (1 \pm K_{o1})} \quad (4-84)$$

Supstitucijom  $K_1 = K_{o1} \frac{G_{o22}}{G_{22}^x}$  prema (4-68), te nakon uvrštavanja vrijednosti za  $\gamma_1$  i  $Q_1$ , dobiva se

$$A_{smax} = \frac{1}{4} \frac{\omega_3}{\omega_1} \frac{\omega_2^2 C_H^2}{G_g \cdot G_A} \frac{K_{o1}}{1 \pm K_{o1}} \quad (4-85)$$

Ukoliko nije moguće postići prilagodjenje po zrcalnoj vodljivosti  $G_{22}^x = G_p$ , kakav je slučaj kod modulatora sa razlikom frekvencija, onda se maksimalno pojačanje može ostvariti, ako se iz izraza za izlaznu vodljivost isključi član  $(1 \pm K_1)$ , koji ovu mijenja. To se postiže sa  $G_{22}^x$  odabranim tako, da izraz (4-83) ima maksimum obzirom na promjenu  $G_{22}^x$ , a to je zbog nepromjenljivosti produkta  $K_1 \cdot G_{22}^x$  kada je  $G_{22}^x = G_p$ . U ovom slučaju je  $K_1 = K_{1m} = \frac{K_{o1}}{2}$  pa se izraz (4-83) može pisati nakon sredjivanja kao u prethodnom primjeru u obliku

$$A_{smax} = \frac{1}{2} \frac{\omega_3}{\omega_1} \frac{\omega_2^2 C_H^2}{G_g \cdot G_A} \frac{K_{1m}}{(1 \pm K_{1m})^2} \quad (4-86)$$

Ovdje je maksimum ostvaren za slučaj zbroja frekvencija kada je  $K_{1m}=1$ . Općenito pak kad nije postignuto nikakvo prilagodjenje pojačanje snage dano je izrazom

$$A_{s\text{omax}} = \frac{\omega_3}{\omega_2} \frac{\omega_2^2 C_H^2}{G_g \cdot G_1} \frac{K_1}{(1 \pm K_1)^2} \cdot \beta, \quad \text{gdje je} \quad \beta = \frac{G_p}{G_p + G_{021}} < 1. \quad (4-87)$$

Moglo bi izgledati da je najpovoljnije načiniti  $G_p \gg G_{021}$ , no tome nije tako, jer se povećanjem  $G_p$  smanjuje  $K_1$ . Maksimumi snage se mogu ostvariti samo u prva dva slučaja i to za zbroj frekvencija izrazom (4-85), a za razliku frekvencija izrazom (4-86).

U 3. slučaju dvostepenog pojačala sa slabom spregom pojačanje snage je

$$A_{s0} = 4 \frac{G_g G_p}{G_0 G_{21}} \frac{K_0 \cdot K_1 \cdot K_2}{\eta_2 (1 \pm \frac{K_2}{1+K_1})^2 (1+K_1)^2} \quad (4-88)$$

Istim supstitucijama kao i u prethodnom slučaju je dalje

$$A_{s0} = 4 \frac{G_p \omega_3 C_{01} K_1^2 Q_1 \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot G_{21}}{G_g \cdot G_{22}^2 (1 \pm \frac{K_2}{1+K_1})^2 (1+K_1)^2}$$

Prilagodjenje po zrcalnim vodljivostima ostvaruje se kao i u prethodnom slučaju pomoću izraza (4-71) i nakon supstitucije  $K_2 = K_{02} \frac{G_{011}}{G_{21}}$  izlazi

$$A_{s0} = \frac{1}{4} \frac{\omega_3}{\omega_2} \frac{\omega_2^2 C_H^2}{G_g \cdot G_1} K_{02} \frac{K_1}{(1 \pm \frac{K_{02}}{1+K_1})(1+K_1)^2} \quad (4-89)$$

Da bi pojednostavnili drugi dio ovog razlomka supstituirajmo vrijednost za  $K_{02}$  iz izraza (4-74) kada se može pisati

$$\frac{K_1}{(1 \pm \frac{K_{02}}{1+K_1})(1+K_1)^2} = \frac{K_1}{(1+K_1 + K_1^2 - 1)(1+K_1)} = \frac{1}{(1+K_1)^2} = \frac{1}{(1 + \sqrt{1 \pm K_{02}})^2} \quad (4-90)$$

Supstitucijom (4-90) u izraz (4-89) dobiva se

$$A_{s\text{omax}} = \frac{1}{4} \frac{\omega_3}{\omega_2} \frac{\omega_2^2 C_H^2}{G_g \cdot G_1} \frac{K_{02}}{(1 + \sqrt{1 \pm K_{02}})^2} \quad (4-91)$$

U slučaju da je  $K_{02} \gg 1$  vrijedi kao optimalno prilagodjenje, kada se samo uz optimalnu spregu  $K_1 = 1 \pm K_{2m}$  može dobiti

$$A_{s\text{omax}} = \frac{1}{8} \frac{\omega_3}{\omega_2} \frac{\omega_2^2 C_H^2}{G_g \cdot G_1} \frac{K_{2m}}{1 \pm K_{2m}} \quad (4-92)$$

Općenito ukoliko nisu postignuta prilagodjenja na jedan od navedena dva načina ili ukoliko sprega nije optimalna, pojačanje je uvijek manje

$$A_{s\text{omax}} = \frac{1}{2} \frac{\omega_3}{\omega_2} \frac{\omega_2^2 C_H^2}{G_g \cdot G_1} \frac{K_2}{(1 \pm \frac{K_2}{1+K_1})^2 (1+K_1)^2} \cdot \beta \quad \beta = \frac{G_p}{G_p + G_{021}} < 1. \quad (4-93)$$

Naponska pojačanja u 2. i 3. slučaju određujemo kao u 1. slučaju s time, da za  $\varepsilon^2$  kod oba prilagodjenja u 2. slučaju vrijedi

$$\varepsilon^2 = \frac{G_p}{G_{pv}} = \frac{G_{022}^* (1 \pm K_{01})}{G_{pv}} \quad \text{odnosno} \quad \varepsilon^2 = \frac{G_p}{G_{pv}} = \frac{G_{022}^*}{G_{pv}} \quad (4-94)$$

ili u 3. slučaju

$$\varepsilon^2 = \frac{G_p}{G_{pv}} = \frac{G_{022}^0 (1 \pm \frac{K_2}{1+K_1})}{G_{pv}} \quad \text{odnosno} \quad \varepsilon^2 = \frac{G_{022}^0}{G_{pv}} \quad (4-95)$$

Ovdje treba napomenuti da ovi svi izrazi vrijede za ne prevelike  $\varepsilon$  ( $\varepsilon < 1$ ), jer u protivnom biva u istom omjeru prenesen i vanjski kapacitet  $C_{pv}$ , koji kapacitet paralelnog titrajnog kruga povećava za vrijednost  $G_p = C_{pv} \varepsilon^2$ , što praktički znatno može ugroziti mogućnost povećanja  $\varepsilon$ .

Ukoliko je veliki ulazni kapacitet sklopa koji se na parametarsko pojačalo priključuje, izlazni titrajni krug može imati preveliki kapacitet, tako da mu se  $Q_3$  jako smanji, pa se ne mogu ostvariti dovoljno velike veličine za  $K_1$  u 2. slučaju, odnosno  $K_2$  u 3. slučaju.

Na kraju predočit ćemo izraze za maksimalna naponska pojačanja tabelom VI, koja su dobivena graničnim prelazom kad veličina  $K \rightarrow \infty$ . Pri tome je za sve izraze karakteristična veličina

$$\alpha^2 = \frac{1}{4} \frac{\omega_2^2 C_{11}^2}{G_{pv} G_i} \quad (4-96)$$

Ovu veličinu možemo nazvati faktorom dobrote niskofrekventnog parametarskog pojačala.

TABELA VI

	$\omega_3 + \omega_2 \quad G_{i2}^* = G_p$	$\omega_3 + \omega_2 \quad G_{012} = G_p$	$\omega_3 - \omega_2 \quad G_{012} = G_p$
1. Slučaj	$A_{nv} = \frac{\alpha}{2}$		
2. Slučaj	$A_{nv} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_3}{\omega_2}} \alpha$ za $K_{01} \rightarrow \infty$	$A_{nv} = \frac{\sqrt{2}}{4} \sqrt{\frac{\omega_3}{\omega_2}} \alpha$ za $K_{1m} \rightarrow 1$	$A_{nv} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{\omega_3}{\omega_2}} \frac{\alpha}{1 - K_{1m}}$ za $0,8 < K_{1m} < 1$
3. Slučaj	$A_{nv} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_3}{\omega_2}} \alpha$ za $K_{01} \rightarrow \infty$	$A_{nv} = \frac{\sqrt{2}}{4} \sqrt{\frac{\omega_3}{\omega_2}} \alpha$ za $K_{1m} \rightarrow 1$	$A_{nv} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{\omega_3}{\omega_2}} \frac{\alpha}{\sqrt{1 - K_{2m}}}$ za $0,8 < K_{1m} < 1$

Na prvi pogled izgleda da se  $\alpha$  u 1. slučaju može načiniti formalno većim od  $\alpha$  u 2. i 3. slučaju, ako se mjesto  $\omega_2$  postavi vrijednost  $\omega_3$  i to za  $\frac{\omega_3}{\omega_2}$  puta. No kod praktične realizacije nije tako, jer se i vodljivost  $G_1$  povećava više nego linearno (približno s kvadratom) sa povećanjem frekvencije, te se na taj način ne bi ništa postiglo, jer je

$$\frac{\omega_3}{G_{1(3)}} < \frac{\omega_2}{G_{1(2)}}$$

Produkt „pojačanje x širina pojasa“ nije ovdje prikazan budući da se drži već poznate elemente. Može se samo reći da je ovaj produkt najveći, ako je drugi stupanj izveden kao modulator sa zbrojem frekvencija.

Iz dosada rečenog proizlaze slijedeći zaključci:

**15. Zaključak.** Najveće naponsko pojačanje može se ostvariti dvo-stepenim parametarskim pojačalom, a ne jednostepenim. U slučaju potrebe pojačavanja srednjeg i šireg pojasa frekvencija dolazi u obzir kao drugi stupanj, modulator sa zbrojem frekvencija. Samo kod potrebe većih pojačanja, ali vrlo uskog pojasa, može se koristiti modulator sa razlikom frekvencija.-

**16. Zaključak.** Kod slučaja modulatora sa zbrojem frekvencija maksimalno pojačanje se ostvaruje kod prilagodjenja izlaza po zrcalnim vodljivostima t.j.  $G_{iz}^* = G_p$ , dok modulatora sa razlikom frekvencija maksimalno pojačanje se postiže prilagodjenje vanjskog opterećenja na vodljivost izlaznog titrajnog kruga  $G_{o22} = G_p$ .-

**17. Zaključak.** Maksimalno pojačanje niskofrekventnog parametarskog pojačala općenito je određeno faktorom dobrote  $\alpha^2 = \frac{1}{4} \frac{\omega_1^2 C_n^2}{G_1 \cdot G_{pv}}$  što znači, da je potreban što veći omjer susceptancije  $\omega C_n$  i vodljivosti prvog titrajnog kruga  $G_1$  odnosno  $G_{pv}$ . Pri tome je susceptancija određena kod iste frekvencije kod koje i vodljivost. Vodljivosti drugog i trećeg titrajnog kruga ne utječu, ako je  $K_1$  odnosno  $K_2$  dovoljno velik kod zbroja, ili dovoljno blizak 1 kod razlike frekvencija modulatora.-

Vodljivosti  $G_1$  i  $G_{vp}$ . Vodljivost  $G_1$  pretstavlja gubitke prvog titrajnog kruga koji se sastoje od: gubitaka u zavojnici, gubitaka i kondenzatoru C, te gubitaka od kapacitivne diode  $G_o$  pretstavljene prvim članom Fourierovog reda u sistemu jednadžbi (3-70a,b,c). Osim toga radi uzbude kapacitivne diode, uzbudni oscilator se induktivno priključuje na titrajni krug, pa se njegova unutrašnja vodljivost  $G_{osc}$  transformira paralelno induktivitetu  $L_1$  kao vodljivost  $G_{os} = \epsilon_o^2 G_{osc}'$ , gdje je  $\epsilon_o^2 = \frac{L_{os}}{L_1}$ . Izrazimo sve ove gubitke osim gubitaka u zavojnici vodljivošću  $G_p$ , koja



je priključena zavojnici. Gubitke u zavojnici sa feritnom jezgrom predočiti ćemo otporom  $R_s$  serijski priključenom zavojnici  $L$

$$R_s = h \cdot H \cdot L \cdot \omega + n \cdot L \cdot \omega + w \cdot L \cdot \omega^2 + r_{cv} (1 + k\sqrt{\omega}) + d_c \cdot L^2 \cdot C \cdot \omega^3, \quad (4-97)$$

gdje je

$$\begin{aligned} R_H &= h \cdot H \cdot L \cdot \omega && \text{otpor zbog gubitaka od histereze} \\ R_n &= n \cdot L \cdot \omega && \text{otpor zbog gubitaka od naknadnog djelovanja} \\ R_w &= w \cdot L \cdot \omega^2 && \text{otpor zbog gubitaka od vrtložnih struja} \\ R_d &= d_c \cdot L^2 \cdot C \cdot \omega^3 && \text{otpor zbog dielektričkih gubitaka u namotaju} \\ r &= r_{cv} (1 + k\sqrt{\omega}) && \text{otpor namotaja} \end{aligned}$$

Dielektrički gubici u namotaju se mogu zanemariti, dok ćemo gubitke u bakru smatrati neovisnim o frekvenciji za ne veći interval promjene frekvencije od 1:10.

Ako hoćemo ove serijske otpore predočiti priključene paralelno zavojnici, onda vrijedi za  $\omega L \gg R_s$

$$G_s = \frac{1}{R_p} = \frac{R_s}{\omega^2 L^2} \quad (4-98)$$

Ovdje izraz (4-97) možemo skratiti s koeficijentom  $a = h \cdot H + n$  tako, da je

$$R_s = a \cdot L \cdot \omega + b \cdot L \cdot \omega^2 + r \quad (4-99)$$

Sada možemo ukupnu vodljivost napisati kao

$$G_{012} = G_p + G_s = G_p + \frac{1}{\omega L} \left[ a + w\omega + \frac{r}{\omega L} \right]$$

ili

$$G_{012} = \frac{1}{\omega L} \left[ a + b \cdot \omega + \frac{r}{\omega L} \right], \quad \text{gdje je } b = G_p L + w \quad (4-100)$$

Budući da reaktancije odgovaraju približno slučaju rezonancije (mali nesklad), onda je  $\frac{1}{\omega L} = \omega C$ , pa se izraz (4-100) može pisati, uz oznaku kvocijenta  $\frac{r}{\omega L} = d$ , još na jedan način

$$G_{012} = \omega C \left[ a + b \cdot \omega + \frac{d}{\omega C} \right] = \omega C \left[ a + w \cdot \omega + \frac{G_p + d}{\omega C} \right] \quad (4-101)$$

Odredimo sada maksimum omjera

$$\frac{\omega C_{II}}{G_I} = \frac{C_{II}}{C \left[ a + b \cdot \omega + \frac{d}{\omega C} \right]} = \frac{C_{II}}{C \left[ a + w \cdot \omega + \frac{G_p + d}{\omega C} \right]} \quad (4-102)$$

Nazivnik, kojeg možemo obilježiti sa  $y$ , mora imati minimum, da omjer (4-102) bude maksimalan. Ekstrem se dobiva iz

$$\frac{dy}{d\omega} = w - \frac{G_p + d}{\omega^2 C} = 0$$

Budući je  $\frac{d^2 y}{d\omega^2} > 0$  to nazivnik ima minimum, odnosno omjer  $\frac{\omega C_{II}}{G_1}$  maksimum, kod frekvencije

$$\omega_{max}^2 = \frac{G_p + d}{\omega C} , \quad (4-103)$$

odnosno uvrštavanjem  $\omega_{max}$  u izraz (4-102) izlazi da je maksimum omjera

$$\left( \frac{\omega C_{II}}{G_1} \right)_{max} = \frac{C_{II}}{C \left[ \alpha + 2 \sqrt{\frac{\omega}{C} (G_p + d)} \right]} , \quad (4-104)$$

ostvaren što manjim gubicima i što većim omjerom  $f_1 = \frac{C_{II}}{2C}$ .

Ako relaciju (4-101) napišemo u obliku

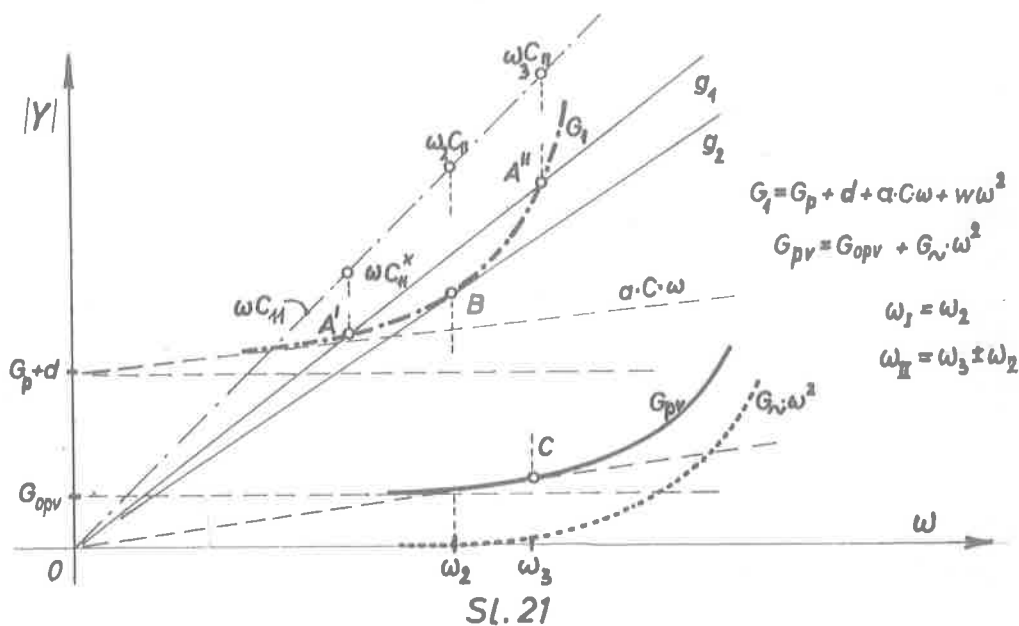
$$G_1 = G_p + d + a \cdot C \cdot \omega + C \cdot \omega \cdot \omega^2 = G_p + d + G_{Fe} , \quad (4-105)$$

lako ju je prikazati grafički. U tvorničkim podacima o feritnim jezgrama nikada nisu dani koeficijenti pojedinačno, nego najčešće krivulje omjera faktora gubitaka i početnog (katkad relativnog) permeabiliteta  $\frac{tg \delta}{\mu_0}$ , jer je to veličina koja karakterizira neku jezgru (gubici se mijenjaju proporcionalno relativnom permeabilitetu). Poznavajući krivulju  $\frac{tg \delta}{\mu_0}$  lako je dobiti vodljivost  $G_1$  kao

$$G_1 = \omega C \mu_0 \left( \frac{tg \delta}{\mu_0} \right) s , \quad \text{gdje je } s = \frac{\mu_{ef}}{\mu} . \quad (4-106)$$

Upoređujući ovako dobivene krivulje sa izrazom (4-105) primjećuje se dobra aproksimacija. Široko frekvencijsko područje ne može se pokriti sa jednom vrstom feritne jezgre, jer ove optimalno zadovoljavaju samo izvjesna područja (obično  $f_{max} : f_{min} = 10 : 1$ ). Na slici 22. predloženo je je više ovakvih krivulja koje odgovaraju raznim upotrebljenim materijalima (različite konst.  $a$  i  $w$ ). Prema podacima u katalogu Siemens: Bauelemente Bd.2 može se posredno konstatirati da vodljivost  $G_1$  za različite materijale porastom frekvencija raste naglije nego linearno. Iz tih razloga u 1. slučaju parametarskog pojačala odabiranjem radne frekvencije  $\omega_1$  mjesto  $\omega_2$  ne bi se postiglo veće pojačanje od 2. odnosno 3. slučaja dvo-stepenog parametarskog pojačala.

Na osnovu izraza (4-105) nacrtana je krivulja vodljivosti  $G_1$ , dok je susceptancija  $\omega C_{II}$  prikazana pravcem kroz ishodište. Veličine (po dimenziji vodljivosti)  $g$  koje stoje u stalnom omjeru sa susceptancijom  $\omega C_{II}$  također predstavljaju pramen pravaca kroz ishodište. Ako ovakav pravac<sup>9</sup> sječe krivulju  $G_1$  u dvije tačke ( $A'$  i  $A''$ ), to vodljivosti tih tačaka imaju iste omjere prema  $\omega C_{II}$ . Svakako najveći omjer između  $\omega C_{II}$  i vodljivosti pretstavljen je tačkom B u kojoj pravac iz ishodišta ( $G_2$ ) tangira krivulju vodljivosti  $G_1$  (kod frekvencije  $\omega_2$ ). Na istoj slici je



prikazana i krivulja vanjske vodljivosti  $G_{pv}$ , koja se sastoji od jedne vodljivosti neovisne o frekvenciji  $G_{opv}$  i vodljivosti koja ovisi o frekvenciji  $G_v \omega^2$ . Kad je na izlazu parametarskog pojačala priključena elektronska cijev, onda će ulazna vodljivost rasti s kvadratom frekvencije iz razloga što vrijeme proleta elektrona nije više zanemarivo. Tako se može napisati

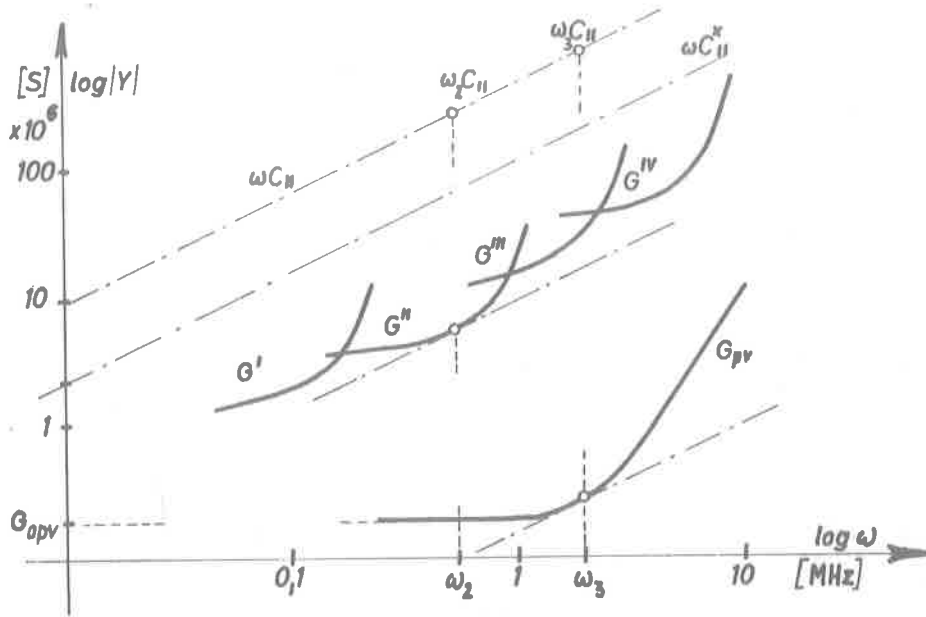
$$G_{pv} = G_{opv} + G_v \cdot \omega^2. \quad (4-107)$$

Tangenta i na ovu krivulju daje maksimalan omjer sada  $\omega C_{II}$  naprama  $G_{pv}$  (kod frekvencije  $\omega_3$ ). Na ovaj način mogu se dobiti optimalne vrijednosti veličine  $G_1$  i  $G_{pv}$  kao i korespondentne optimalne frekvencije obzirom na izraz

$$4 \frac{\omega_3}{\omega_2} \alpha^2 = \frac{\omega_2 C_{II}}{G_1} \cdot \frac{\omega_3 C_{II}}{G_{pv}}, \quad (4-108)$$

kojim je dato maksimalno pojačanje. Daleko je prikladnije krivulje vodljivosti prikazati u logaritamskom mjerilu zbog velikog raspona frekvencija.

Veličine vodljivosti  $G_1$  mogu se dobiti iz izraza (4-105) ili mnogo bolje na osnovu tvorničkih podataka o feritnim jezgrama, gdje su gubici u ovisnosti o frekvenciji dati takodjer u logaritamskom mjerilu. Ovim gubicima još treba dodati vodljivost  $G_p$  i zatim nacrtati odgovarajuće krivulje za  $G_1$ . Pramen pravaca koji prolaze ishodištem kod koordinata u logaritmičkom mjerilu predočen je međusobno paralelnim pravcima sa na nagibom od  $45^\circ$  prema apscisi, ako su mjerila apscise i ordinate jednaka.



Sl. 22

Na ovaj način se može jednostavno odrediti najoptimalniji materijal feritne jezgre, vodljivost  $G_1$  i radna frekvencija  $\omega_2$  uzbuđenog oscilatora.

Kao primjer možemo, prema izrazu za maksimalno naponsko pojačanje prema tabeli VI za dvostepeno parametarsko pojačalo pretstavljeno 3. slučajem sa modulatorom sa zbrojem frekvencija, izračunati maksimalno moguće pojačanje uz pretpostavku optimalnih vrijednosti:  $G_1 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ S}$ ,  $G_{pv} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ S}$ ,  $\omega_3 = 10 \text{ MHz}$ ,  $\omega_2 = 1 \text{ MHz}$ ,  $C_{11} = 50 \text{ pF}$  prema

$$\sqrt{\frac{\omega_3 \cdot \omega_2 \cdot C_{11}^2}{16 \cdot G_1 \cdot G_{pv}}} = \sqrt{4950} = 70,4 \text{ puta.}$$

U slučaju razlike frekvencija i za optimalnu spregu mogu se očekivati nešto veća (ne veća od dva puta) naponska pojačanja, ali uz nižu graničnu frekvenciju  $\omega_{1g}$  i veću nestabilnost. Ovakova pojačanja se mogu ostvariti samo, ako se zadovoljimo s užim frekvencijskim pojasom. Praktički su mjerena naponska pojačanja iznosila 40 do 50 puta.

#### 4.4. Stabilitet.

Pod stabilitetom parametarskog pojačala podrazumjeva se njegova osjetljivost obzirom na promjenu njegovih parametara. Mjera za ovu osjetljivost ili stabilnost je omjer relativne promjene pojačanja obzirom na relativnu promjenu nekog parametra sklopa. Kako je pojačanje parametarskog pojačala isključivo ovisno o veličinama  $K_0$ ,  $K_1$  i  $K_2$ , to su ove veličine njegovi najvažniji parametri (ako uzimamo da je  $\delta = 0$ ). Tako stabilnost možemo izraziti faktorom osjetljivosti  $S$  na promjenu parametara, koji glasi prema rečenom

$$S = \frac{\frac{dA_{s0}}{A_{s0}}}{\frac{dK}{K}} = \frac{dA_{s0}}{dK} \frac{K}{A_{s0}} \quad (4-109)$$

Što je ovaj faktor  $S$  veći, stabilnost je lošija. U 1. slučaju faktor osjetljivosti ovisi samo o veličini  $K_0$ , u 2. slučaju od  $K_0$  i  $K_1$ , a u 3. slučaju od  $K_0$  i  $K_2$  (jer  $K_1$  smatramo čvrstim). Prema tome ovaj faktor se može prikazati totalnim diferencijalom uz proširenje sa  $K$  na način

$$\frac{dA_{s0}}{A_{s0}} = \frac{\partial A_{s0}}{\partial K_0} \frac{K_0}{A_{s0}} \frac{dK_0}{K_0} + \frac{\partial A_{s0}}{\partial K_1} \frac{K_1}{A_{s0}} \frac{dK_1}{K_1} + \dots \quad (4-110)$$

Pri tome je lako odrediti parcijalne derivacije za svaki pojedini slučaj koristeći se odgovarajućim izrazima (4-76), (4-59), (4-62) za pojačanje snage (uz  $\delta = 0$ ). Dijeljenjem dobivenih vrijednosti sa  $A_{s0}$  i množenjem sa odgovarajućim  $K$  te nakon potrebnih kraćenja dobiva se za 1. slučaj

$$S_{K_0} = \frac{\partial A_{s0}}{\partial K_0} \frac{K_0}{A_{s0}} = K_0 \quad (4-111)$$

za 2. slučaj

$$S_{K_1} = \frac{\partial A_{s0}}{\partial K_1} \frac{K_1}{A_{s0}} = \frac{1 \pm K_1}{1 \mp K_1} \quad (4-112)$$

gdje se gornji predznak odnosi na razliku frekvencija tako da kod zbroja frekvencija vrijedi

$$S_{K_1} = -1 \text{ za } K_1 \rightarrow \infty \quad \text{odnosno} \quad S_{K_2} = 0 \text{ za } K_1 = 1,$$

a kod razlike

$$S_{K_1} = \frac{2}{1 - K_1} \quad \text{za} \quad 0,8 < K_1 < 1.$$

U 3. slučaju je

$$S_{K_2} = \frac{1 + K_1 \pm K_2}{1 + K_1 \mp K_2}$$

Uzme li se u obzir najoptimalnija sprega  $K_{1opt} = 1 \mp K_2$ , izlazi

$$S_{K_2} = \frac{1}{1 \mp K_2} \quad (4-113)$$

Uvrstimo li dobivene izraze u izraz za ukupnu relativnu promjenu pojačanja dobiva se za 1. slučaj

$$\frac{dA_{s0}}{A_{s0}} = 1 \frac{dK_0}{K_0} \quad (4-114)$$

za 2. slučaj

$$\frac{dA_{s0}}{A_{s0}} = 1 \frac{dK_0}{K_0} + \frac{1 \pm K_1}{1 \mp K_1} \frac{dK_1}{K_1} \quad (4-115)$$

i za 3. slučaj

$$\frac{dA_{s0}}{A_{s0}} = 1 \frac{dK_0}{K_0} + \frac{1}{1 \mp K_2} \frac{dK_2}{K_2} \quad (4-116)$$

Iz napisanih izraza slijedi da je 3. slučaj povoljniji od 2. slučaja. Budući je i faktor povratne veze K funkcija promjene uzbuđenog napona  $U_{os}$ , temperature  $T_0$  itd., to se utjecaj ovih nezavisnih varijabli može izraziti također totalnim diferencijalom:

$$\frac{dK_2}{K_2} = \frac{\partial K_2}{\partial U_{os}} \frac{U_{os}}{K_2} \frac{dU_{os}}{U_{os}} + \frac{\partial K_2}{\partial T_0} \frac{T_0}{K_2} \frac{dT_0}{T_0} + \dots \quad (4-117)$$

**18. Zaključak.** U pogledu stabiliteta dvostepeno parametarsko pojačalo sa zbrojem frekvencija pokazuje najbolja svojstva.-

#### 4.5. Faktor šuma

Ovdje ćemo odrediti faktor šuma za 3. slučaj. Da do ovoga dođemo, trebamo odrediti prethodno faktore šuma za 1. slučaj odnosno 2. slučaj.

Kao izvor šuma kod niskofrekventnog parametarskog pojačala smatramo vodljivosti titrajnih krugova. Šum kapacitivne diode u ovom području može se zanemariti kod fiksnog prednapona diode ili prednapona dobivenog automatski, ali ne kod prevelikih amplituda uzbuđenja, jer su vodljivost i serijski otpor u nadomjesnoj shemi (sl.5) kapacitivne diode zanemarivi. Isto tako šum uzbuđenog oscilatora se može zanemariti, jer se sklop izvodi tako (balansiran), da se nosilac potiskuje. Svakako da je ovo jedna od prednosti potiskivanja nosioca.

Da bi odredili faktor šuma razmotrimo prvo ulazni stupanj parametarskog pojačala na bazi strujnih jednadžbi (3-36a,b,c). Pri tome uzimamo da je vodljivost potrošača  $G_P$  uključena u vodljivost titrajnog kruga  $G_{22}$  pa je prema tome  $I_2 = 0$  i  $I_3 = 0$ . Zato se može pisati

$$\begin{aligned} I_1 &= Y_{11} U_1 + Y_{12} \bar{U}_3 + Y_{12} U_4 \\ 0 &= Y_{21}' U_1 + Y_{22}' \bar{U}_3 \\ 0 &= Y_{21}'' U_1 + Y_{22}'' U_4 \end{aligned}$$

Kod određivanja faktora šuma  $F$  kod sklopova sa povratnom vezom, a i inače, zgodno je uzimati izlaz kratko spojen [16], [17]. U ovom slučaju na izlazu teku struje šuma kratkog spoja, koje se mogu prikazati sa po jednim strujnim izvorom šuma na zbroju i razlici frekvencija.

(Sl.23). Budući je izlaz kratko spojen tj.  $\bar{U}_3 = 0$  i  $U_4 = 0$  teku samo struje izvora šuma, tako da gornje jednačbe glase

$$I_1 = Y_{11}U_1 \quad ; \quad i_3 = Y_{21}U_1 \quad ; \quad i_4 = Y_{21}U_1 .$$

Uzmimo da i na ulazu postoji jedan izvor šuma obzirom na prvi trajni krug  $i_1$ , to se može pisati

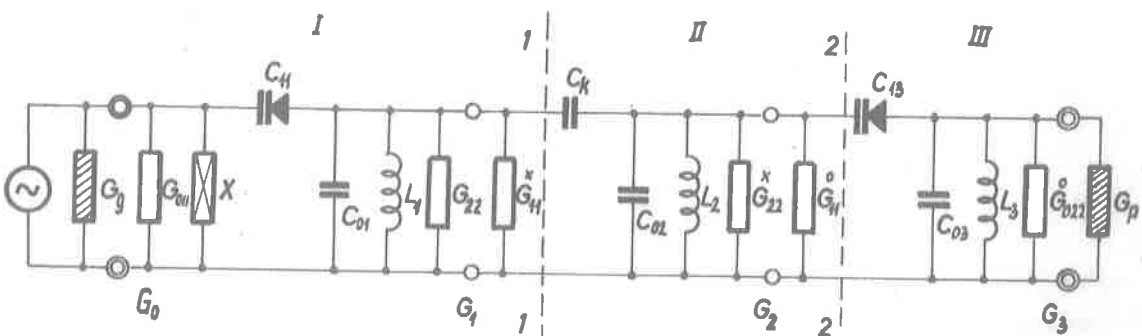
$$I_1 = i_1 + \left| \frac{Y_{11}}{Y_{21}} \right| i_3 + \left| \frac{Y_{11}}{Y_{21}} \right| i_4 \quad (4-118)$$

prema tome je ukupna struja šuma na ulazu  $i_{1\text{ uk}} = I_1$ . Ako pretpostavimo da su izvori šuma  $i_1, i_3, i_4$  međusobno potpuno nekorelirani, onda je ukupna struja šuma na ulazu jednaka zbroju kvadrata šuma pojedinih izvora

$$i_{1\text{ uk}}^2 = i_1^2 + \left| \frac{Y_{11}}{Y_{21}} \right|^2 i_3^2 + \left| \frac{Y_{11}}{Y_{21}} \right|^2 i_4^2 . \quad (4-119)$$

Pomoću veličine  $\left| \frac{Y_{11}}{Y_{21}} \right|$  vrši se "preslikavanje" strujnog izvora sa izlaza na ulaz stupnja. Da možemo odrediti faktor šuma cjelokupnog pojačala, moramo ga podijeliti u stupnjeve. Ova podjela može biti proizvoljna i ne može utjecati na ukupni faktor šuma, jer je ovaj određen fizikalnom slikom sklopa i neovisan je o načinu podjele odnosno postupka. Podjela prema sl.23 je najzgodnija, po mišljenju autora, jer iziskuje najmanje računa. Ukupni faktor šuma je prema poznatom izrazu [16]

$$F = F_1 + \frac{F_{22}}{A_{15\text{ max}}} + \frac{F_{32}}{A_{25\text{ max}}} \quad (4-120)$$



Sl.23

Odredimo faktor šuma za I dio (1-1). Vodljivost ulaznog kruga je  $G_0$ . Širina pojasa cjelokupnog pojačala je  $\omega_{ig} = 2\pi \Delta f$  (širina samog ulaznog kruga je nekoliko puta veća) tako, da je strujni izvor šuma odredjen vodljivošću ulaznog kruga

$$i_1^2 = 4kTG_0\Delta f. \quad (4-121)$$

Strujni izvori šuma koji odgovaraju zbroju odnosno razlici frekvencija su

$$i_3^2 = 4kTG_1\Delta f \quad \text{i} \quad i_4^2 = 4kTG_1\Delta f. \quad (4-122a,b)$$

Iako je zbog nesklada  $z_1$  titrajni krug pretstavljen admitancijom  $Y_{22}^o$  i  $Y_{22}^n$  (3-83) i (3-84) uzima se samo u obzir realni dio. Isto tako u prvom približenju (za mali  $z_1$  i  $x_1$ ) može se smatrati da je ovaj <sup>realni</sup> dio neovisan o frekvenciji.

Uvrštavajući vrijednosti (4-122a,b,) u izraz (4-119) dobivamo ukupnu struju šuma za prvi stupanj

$$i_{1uk}^2 = 4kTG_0\Delta f + 4 \frac{|Y_0|^2}{|j\omega_3 C_n|^2} 4kTG_1\Delta f + 4 \frac{|Y_0|^2}{|j\omega_4 C_n|^2} 4kTG_1\Delta f. \quad (4-123)$$

Veličina  $Y_0$  može sadržavati i susceptivnu komponentu, no budući je ulazni krug znatno šireg frekvencijskog pojasa ( $Q_0 \ll Q_1$ ), može se susceptivna komponenta zanemariti. Uzmimo još da je  $\omega_3 \approx \omega_4 \approx \omega_2$ . Iz toga izlazi da su zadnja dva člana jednaka, drugim riječima mogli smo umjesto dva strujna izvora šuma, od kojih je jedan odgovarao zbroju, a drugi razlici frekvencija širine bočnog pojasa  $\Delta f$ , zamijeniti jednim izvorom šuma, samo dvostrukog pojasa  $2\Delta f$ , što odgovara širini pojasa titrajnog kruga. Podijelimo li izraz (4-123) sa šumom izvora

$$i_g^2 = 4kTG_g\Delta f$$

i uvrstimo li vrijednosti za  $G_0 = G_g + G_{oll}$  kao i  $G_1 = G_{22} + G_{11}^x$ , dobiva se faktor šuma I dijela pojačala

$$F_1 = \frac{i_{1uk}^2}{i_g^2} = 1 + \frac{G_{oll}}{G_g} + 8 \frac{(G_g + G_{oll})^2}{G_g \omega_2^2 C_n^2} (G_{22} + G_{11}^x). \quad (4-124)$$

Budući je

$$y_1^2 Q_1^2 = \frac{\omega_2^2 C_n^2}{(G_{22} + G_{oll})(G_{22} + G_{11}^x)}$$

kao i  $G_g \gg G_{oll}$ , to se može izraz (4-124) napisati u obliku

$$F_1 = 1 + \frac{G_{oll}}{G_g} + 2 \frac{G_g}{(G_{22} + G_{11}^x) y_1^2 Q_1^2}. \quad (4-125)$$

Da bi odredili ukupnu struju šuma II. dijela pojačala (od crte 1-1 do crte 2-2) služimo se istom metodom s time, da sada imamo jedan strujni izvor šuma obzirom na vodljivost  $G_2$  na izlazu, kao i na ulazu, gdje imamo jedan izvor šuma pretstavljen vodljivošću  $G_{1i2}^*$ . Tačnije bi prema izrazu



(3-133) bile dvije vodljivosti  $G_{1\text{ iz}}^* = G_1(1 + \delta K_0)$  i  $G_{1\text{ iz}}^* = G_1(1 - \delta K_0)$ , no budući uzimamo  $\delta \doteq 0$  to postoji samo jedna vodljivost,  $G_{1\text{ iz}}^* = G_1$ , ali dvostruko širi pojas  $\Delta f$ . Ovu vodljivost ( $G_{1\text{ iz}}^*$ ) smatramo ujedno i vodljivošću izvora šuma ( $G_g'$ ) II dijela. Ukupna struja šuma je sada

$$i_{2\text{ uk}}^2 = 4kT G_{1\text{ iz}}^* \cdot 2\Delta f + 4 \frac{|G_{1\text{ iz}}^*|^2}{C_k^2 \omega_2^2} 4kT (G_{22}^{\circ} + G_{11}^{\circ}) 2\Delta f. \quad (4-126)$$

Šum "novog" izvora gledanog od crte 1-1 je

$$i_{1g}^2 = 4kT G_{1\text{ iz}}^* \cdot 2\Delta f,$$

pa je faktor šuma I. i II. dijela

$$F_2 = 1 + 4 \frac{(G_{22}^{\circ} + G_{11}^{\circ})(G_{22}^* + G_{11}^*)}{C_k^2 \omega_2^2} = 1 + \frac{1}{K_1}. \quad (4-127)$$

Budući je dodatni faktor šuma  $F_{z2} = F_2 - 1$ , a maksimalno pojačanje snage dano izrazom (4-77)

$$A_{150\text{ max}} = \frac{G_g}{G_g} \gamma_1^2 Q_1^2$$

to je

$$\frac{F_{z2}}{A_{150\text{ max}}} = \frac{G_g}{(G_{22}^{\circ} + G_{11}^{\circ}) \cdot \gamma_1^2 Q_1^2 K_1}. \quad (4-128)$$

Na isti način dobivamo za III.dio (od crte 2-2 do izlaza) da je ukupna struja šuma

$$i_{3\text{ uk}}^2 = 4kT G_{2\text{ iz}}^* \cdot 2\Delta f + 4 \frac{|G_{2\text{ iz}}^*|^2}{C_{13}^2 \omega_3^2} (G_{22}^{\circ} + G_p) 4kT 2\Delta f. \quad (4-129)$$

Ovdje postoji prema izrazu (3-133) takodjer dvostruka izlazna vodljivost gledajući od crte 2-2 na lijevo

$$G_{2\text{ iz}}' = G_2 \left(1 + \frac{K_1}{1 - \delta K_0}\right) \quad \text{i} \quad G_{2\text{ iz}}'' = G_2 \left(1 + \frac{K_1}{1 + \delta K_0}\right).$$

No zbog  $\delta = 0$  uzimamo  $G_{2\text{ iz}}' = G_{2\text{ iz}}'' = G_{2\text{ iz}} = G_2$ . Šum izvora je ovdje

$$i_{2g}^2 = 4kT G_{2\text{ iz}}^* \cdot 2\Delta f,$$

a faktor šuma III.dijela pojačala

$$F_3 = 1 + 4 \frac{G_2 (G_{22}^{\circ} + G_p)(1 + K_1)}{C_{13}^2 \omega_3^2} = 1 + \frac{1 + K_1}{K_2}. \quad (4-130)$$

Kako je maksimalno pojačanje sklopa pretstavljenog sa prva dva dijela pojačala

$$A_{250\text{ max}} = \frac{\gamma_1^2 Q_1^2 G_1}{G_g (1 + K_1)} K_1, \quad \text{jer je} \quad G_p = G_2 (1 + K_1)$$

to je dodatni faktor šuma za III.dio pojačala

$$\frac{F_{z3}}{A_{250\text{ max}}} = \frac{G_g}{G_{22}^{\circ} + G_{11}^{\circ}} \cdot \frac{(1 + K_1)^2}{\gamma_1^2 Q_1^2 K_1 K_2}. \quad (4-131)$$

Sada se na osnovu izraza (4-120) i izlučivanja zajedničkog faktora  $\frac{G_g}{(G_{21} + G_{11}) Y_1^2 Q_1^2}$  može pisati, da je ukupni faktor šuma parametarskog pojačala u 3. slučaju

$$F = 1 + \frac{G_{o11}}{G_g} + \frac{G_g}{(G_{21} + G_{11}) Y_1^2 Q_1^2} \lambda \quad (4-132)$$

gdje je

$$\lambda = \left[ 2 + \frac{1}{K_1} + \frac{(1+K_1)^2}{K_1 K_2} \right] \quad (4-133)$$

Funkcija faktora šuma ima samo jedan ekstrem i to minimum obzirom na promjenu vodljivosti izvora  $G_g$ , koji se dobije kad se derivacija faktora šuma  $F$  po vodljivosti  $G_g$  izjednači s nulom. Najpovoljnija vodljivost izvora  $G_{gopt}$  obzirom na šum je

$$G_{gopt} = Y_1 Q_1 \sqrt{\frac{G_{o11} G_1}{\lambda}} \quad ; \quad (4-134)$$

kod koje se postiže minimalni faktor šuma

$$F_{min} = 1 + \frac{2}{Y_1 Q_1 \sqrt{\frac{G_1}{G_{o11} \lambda}}} = 1 + \frac{2 G_{o11}}{G_{gopt}} \quad (4-135)$$

Na isti način se može odrediti sprega  $K_1$ , kada je vrijednost  $\lambda$  najmanja

$$K_{1opt} = \sqrt{1 + K_2} \quad (4-136)$$

Vidimo, da je ovaj uvjet drukčiji nego za maksimalni prenos snage ( $K_1 = 1 + K_2$ ). Uvrštavanjem ove vrijednosti za  $K_1 = K_{1opt}$  u izraz za  $\lambda$  (4-133) izlazi minimalna veličina

$$\lambda = 2 \left[ 1 + \frac{1 + \sqrt{1 + K_2}}{K_2} \right] \quad (4-137)$$

Ako je napr.  $K_2 = 1$ , onda je

$$\lambda_{min} = 2 \cdot 3,4 = 6,8$$

Uzmimo za ne najpovoljniji slučaj:  $\lambda = 10$ ,  $(Y_1 Q_1)^2 = 400$ ,  $G_1 = 10^{-5} S$ ,  $G_{o11} = 10^{-6} S$ , izlazi uz  $G_g = 10^{-4} S$ , da je  $F = 1,26$ , a za  $G_g = 10^{-5}$  je  $F = 1,125$ , dok je  $F_{min}$  za iste vrijednosti

$$F_{min} = 1 + 0,1 = 1,1 = 0,4 \text{ dB}$$

ili uz  $\lambda_{min} = 6,8$

$$F_{min} = 1,07 = 0,3 \text{ dB}$$

Vidimo, kao što je bilo i za očekivati, da se mogu ostvariti vrlo mali faktori šuma. Čak uz otpore od 10 k $\Omega$  do 100 k $\Omega$  nisu se faktori šuma pogoršali više od 1,26 (0,52 dB), a u optimalnom slučaju je  $F_{min} = 1,07$  (0,3 dB), dok se faktori šuma kod tranzistora i elektronskih cijevi kreću

oko 5 do 20 dB [35] . Praktički je faktor šuma i kod parametarskog pojačala lošiji naročito kod većih uzbuda, zbog struje kroz kapacitivnu diodu.

19. Zaključak. Šum niskofrekventnog parametarskog pojačala je znatno niži od šuma pojačala sa tranzistorima ili elektronskim cijevima. Šum kod izvedbe drugog stupnja kao modulatora sa zbrojem frekvencija je niži nego kod modulatora sa razlikom frekvencija, jer se kod prvoga tipa mogu  $K_1$  i  $K_2$  odabrati nekoliko puta veći od 1.-

#### 4.6. Faktor rejekcije

U području mjerenja vrlo malih napona niskih frekvencija velike poteškoće prave smetnje prouzrokovane električnom mrežom, koja je redovito prisutna u prostorijama gdje se vrše mjerenja. Ukoliko je i moguće izvor kojega mjerimo napon dovoljno dobro oklopiti i uzemljiti, ipak kod napona izvora od nekoliko  $\mu V$  i velikog unutrašnjeg otpora vrlo je teško otkloniti smetnje. Pogotovo je ovo jedan veliki problem kod mjerenja napona različitih <sup>bioloških</sup> aktivnosti, gdje je nemoguće izvršiti efikasno oklanjanje objekta. Iz tih razloga u ovom području nužno je izvesti pojačala sa simetričnim (balansiranim) ulazom u kojem slučaju istofazni signal doveden na ulaz pojačala biva jako prigušen. Kako se smetnja redovito pojavljuje kao istofazni signal obzirom na ulazne priključnice, to je balansirani ulaz efikasna mjera za otklanjanje ovakove vrste smetnji (diferencijalna pojačala).

Mjera koja pokazuje koliko je kod nekog pojačala istofazni signal na ulazu došao u manjem iznosu na izlazu pojačala je dana faktorom rejekcije  $H$ .

Ovaj je definiran kao omjer pojačanja protufaznog signala (redovito korisni signal) naprama pojačanju istofaznog signala obzirom na protufazni izlazni napon, pa se može pisati

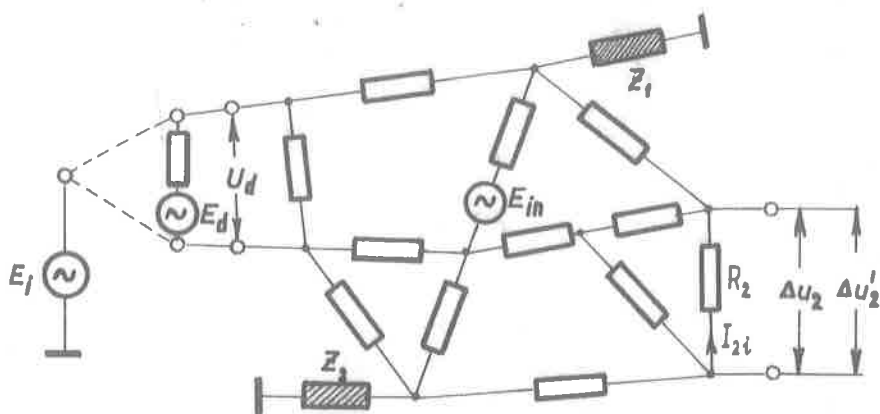
$$H = \frac{\frac{\Delta u_2}{U_d}}{\frac{\Delta u_1'}{E_i}}, \quad (4-138)$$

gdje je  $E_i$  istofazni signal,  $U_d$  protufazni signal na ulazu,  $\Delta u_2$  protufazni pojačani signal na izlazu proizveden naponom  $U_d$ , a  $\Delta u_1'$  napon na istim izlaznim priključnicama, ali prouzrokovan istofaznim naponom  $E_i$ . Da bi se moglo mjeriti u području vrlo malih napona, važno je, da je ovaj faktor što veći (u elektroencefalografiji  $> 10\ 000$ ).

Na sl.24. prikazan je jedan sasvim općeniti recipročni aktivni sklop. Brojnik u relaciji (4-138) predstavlja pojačanje protufaznog signala  $A_d$  i može se smatrati čvrstom veličinom, koja se ne može znatnije povećati.

Da bi odredili samo pad napona na izlaznim priključnicama 3-4 koji je posljedica istofaznog signala, izvor  $E_{in}$  uzimamo kratko spojen, pa se struja  $I_{2i}$  lako može odrediti iz determinante sistema  $\Delta$  i njezinog koefaktora  $\Delta_{2i}$  [23]

$$I_{2i} = \frac{\Delta_{2i}}{\Delta} E_i .$$



Sl.24

No ukoliko su impedancije  $Z_1$  i  $Z_2$  beskonačno velike, lako je uvidjeti, da ne bi ni kroz sklop ni kroz otpor  $R_2$  tekla nikakova struja. Budući faktor rejekcije možemo pisati u obliku

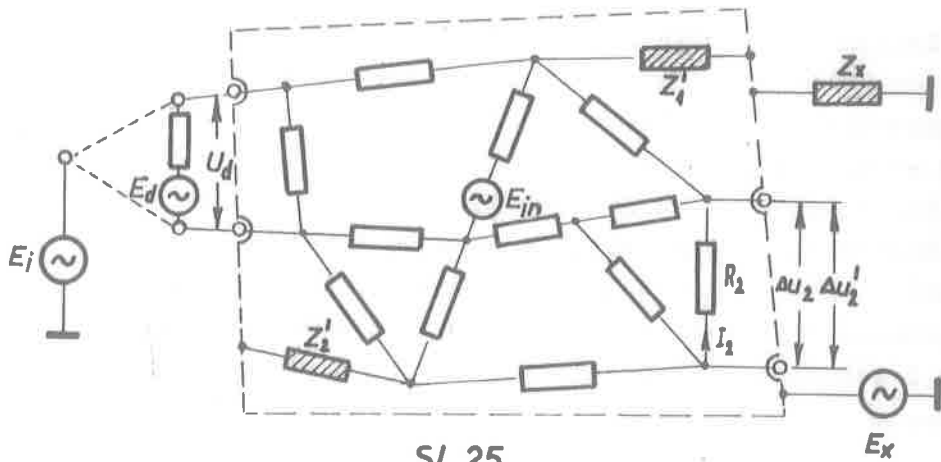
$$H = A_d \cdot \frac{E_i}{R_2 \cdot I_{2i}} , \quad \text{jer je } \Delta u_2' = R_2 \cdot I_{2i} , \quad (4-139)$$

to izlazi, da bi ovaj za  $I_{2i} = 0$  bio beskonačan. Iako ovo nije praktički moguće realizirati ipak treba nastojati da su impedancije ( $Z_1$  i  $Z_2$ ), preko kojih sklop ima "vezu" sa okolinom, budu što veće. Da bi smetnje djelovale samo na ulazne priključnice pojačala, a ne i na ostale tačke potrebno je sklop oklopiti. Sada su se impedancije  $Z_1$  i  $Z_2$  znatno smanjile, što je nepovoljno, ukoliko bi oklop bio spojen sa zemljom. No ako se između oklopa i zemlje privede neki napon  $E_x$ , koji je potpuno jednak naponu  $E_i$ , samo ovome protivan u fazi, tako da je

$$E_x - E_i = 0 , \quad (4-140)$$

onda kroz impedancije sklopa neće teći nikakova struja prouzrokovana

izvorom  $E_1$ , pa će prema tome faktor rejekcije  $H$  biti beskonačno velik. Praktički to se ne može ostvariti, ali se može postići jedan vrlo veliki faktor rejekcije  $H$  ( $> 100\ 000$ ). Ovo je predočeno slikom 25.



Sl. 25

Za postizavanje  $E_x$  potrebno je koristiti pojačalo pojačanja  $A = 1/0^\circ$ , kako bi se reproducirao što vjernije napon  $E_1$ . Ovo pojačalo mora davati i određenu snagu zbog  $Z_x$ . Najjednostavnije, ali ne i najbolje (zbog  $|A| < 1$ ), je za ovu svrhu koristiti katodno sljedilo. Bolje je primijeniti pojačalo kod kojeg se može podešavati pojačanje oko vrijednosti 1 i faza oko vrijednosti nula.

Postavljanje napona  $E_x$  možemo smatrati kao fiktivno povećanje impedancije  $Z_1$  i  $Z_2$  tako da su "nove" impedancije

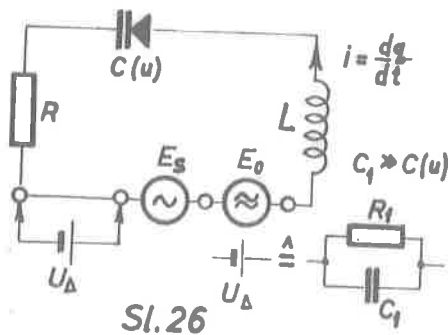
$$Z_{1x} = Z_1 \left( \frac{E_i}{E_i - E_x} \right) \quad Z_{2x} = Z_2 \left( \frac{E_i}{E_i - E_x} \right) \quad (4-141 a, b)$$

**20. Zaključak.** Da bi se postigao velik faktor rejekcije  $H$  kod niskofrekventnog parametarskog pojačala, potrebno ga je izvesti sa balansiranim ulazom i postići da bilo koji njegov element ima što veću impedanciju prema "okolini" (zemlji).-

5.- AMPLITUDNO-FREKVENCIJSKA KARAKTERISTIKA  
NISKOFREKVENTNOG PARAMETARSKOG POJAČALA

U svim dosadašnjim razmatranjima morali smo se ograničiti kako u pogledu veličine relativne frekvencije  $\delta$ , tako i u pogledu nesklada  $\Delta$  da bi izvedeni izrazi bili dovoljno tačni. Naročito je interesantno upoznati se svim promjenama u nekom parametarskom pojačalu kad se nesklad  $\Delta$  mijenja od 0 do velikih vrijednosti. Na taj način mogu se uočiti prilike u cijelom frekvencijskom pojasu, koje je lako i eksperimentalno verificirati. Istina, na ovaj način ne mogu se razmatrati složeni slučajevi parametarskih sistema sa više stupnjeva, optimalne sprege, faktor šuma itd., ali zato možemo jedan stupanj pojačala promatrati i sa drugog aspekta, koji nam može dati bolji uvid i potvrdu nekih dosadašnjih postavki.

Na sl.26. prikazan je serijski titrajni krug napajan sa dva nezavisna naponska izvora.  $E_s$  odgovara naponu signala na ulazu, a  $E_o$  uzbudnom naponu oscilatora. Ovo je pojednostavljena slika modulatora sa sumom i razlikom frekvencija, koji smo koristili kao ulazni stupanj parametarskog sistema dosad razmatranog. U principu bi se mogla provesti i analiza dualnog sklopa tj. paralelnog titrajnog kruga, samo



bi onda obzirom na nelinearnu vezu izmedju napona "u" i naboja "q" teže bilo postaviti jednadžbu.

Kako je kapacitivnost nelinearna, to napon ne ovisi linearno o naboju, nego kod npr. dielektrika od barij-stroncijeva titanata, prema slijedećim empirijskim formulama

$$u = a_3 q + b_3 q^3 ; \quad u = a_3 q - b_3 q^3 + c_5 q^5 ; \quad u = U_o \operatorname{sh} a q , \quad (5-1,2,3)$$

a kod poluvodičkih dioda prema poznatim izrazima (2-8) i (2-9)

$$C = \frac{B_o}{(\varphi + u)^n} . \quad (5-4)$$

Budući ovu vrstu nelinearnog kapaciteta mi koristimo, to je radi mogućnosti postavljanja jednadžbe potrebno izraziti napon u eksplicite. Uzmimo radi postizavanja jednostavnijih odnosa da je  $n = 2$ , a ukupni napon na kapacitivnoj diodi

$$u_{uk} = \varphi + U_o + u = u_o + u . \quad (5-5)$$

Ovdje je sa  $u_0$  označen konstantni napon, a sa "u" promjenljiv dio ukupnog napona  $u_{uk}$ . Sada se može izraz (5-4) napisati u obliku:

$$q_{uk} = \frac{B_0}{u_{uk}^{\frac{1}{2}}} u_{uk}, \quad (5-6)$$

gdje  $q_{uk}$  sadrži promjenljivu  $q$  i čvrstu  $q_0$  komponentu naboja ( $q_{uk} = q_0 + q$ ); isto kao i  $u_{uk}$ . Kvadriranjem jednadžbe (5-6) izlazi

$$q_{uk}^2 = (q_0 + q)^2 = B_0^2 u_{uk} = B_0^2 u_0 + B_0^2 u$$

odakle je

$$u = -u_0 + \frac{q_0^2}{B_0^2} + \frac{2q_0 \cdot q}{B_0^2} + \frac{q^2}{B_0^2}.$$

Ako definiramo konstantni naboj  $q_0$  tako, da je  $u_0 = \frac{q_0^2}{B_0^2}$ , onda je

$$u = \frac{2q_0}{B_0^2} q + \frac{1}{B_0^2} q^2. \quad (5-7)$$

Obzirom na dimenziju izlazi da je  $\frac{2q_0}{B_0^2}$  recipročna vrijednost kapaciteta koju možemo označiti sa  $C_0 = \frac{B_0^2}{2q_0}$ . Supstitucijom ove veličine u (5-7) dobivamo

$$u = \frac{q}{C_0} + \frac{q^2}{2q_0 C_0}. \quad (5-8)$$

Na ovaj način smo iz izraza (5-4) dobili napon "u" eksplicite. Iako ovo vrijedi za  $n = 2$  moglo bi se i za  $n = 3$  odrediti ova zavisnost prvo grafičkim prikazivanjem  $q = f(u)$ , a zatim aproksimacijom inverzne funkcije  $u = f_1(q)$  sa polinomom drugog ili višeg reda već prema željenoj tačnosti. Ipak i navedena aproksimacija izrazom (5-8) dobro odgovara eksperimentalnim rezultatima. Ako se sada obzirom na sl.26. postavi diferencijalna jednadžba koristeći se II. Kirchoffovim zakonom, izlazi

$$L \frac{dq}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C_0} + \frac{q^2}{2q_0 C_0} = E_0 f_0(t) + E_s f_s(t). \quad (5-9)$$

Ako je funkcija smetnje  $f_0(t)$  i  $f_s(t)$ :  $\cos \omega t$  ili  $\sin \omega t$  može se očekivati da je rješenje, zanemarujući više harmonike, dano funkcijom

$$q = H_1 \cos \omega_1 t. \quad (5-10)$$

Ovdje u početku razmatranja zanemarujemo u rješenju napon signala  $E_s$ . Budući da smo radi lakšeg računa rješenje pretpostavili u jednostavnijoj formi sa faznim kutem nula, onda se faza mora uzeti u obzir u funkciji smetnje. Podijelimo li još jednadžbu (5-9) sa  $L$  i označimo  $L_0 C_0$  sa  $\frac{1}{\omega_0^2}$ , zatim  $\frac{1}{2q_0}$  sa  $k$  i  $\frac{R}{L}$  sa  $\alpha$ , možemo pisati

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \alpha \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q + k \omega_0^2 q^2 = \frac{E_0}{L} \cos \omega_1 t + \frac{E_s}{L} \sin \omega_1 t + \frac{E_{sc}}{L} \cos \omega_2 t + \frac{E_{ss}}{L} \sin \omega_2 t. \quad (5-11)$$

Ova jednadžba sliča po svom obliku na Duffing-ovu diferencijalnu jednadžbu [27, 28]

$$y'' + \omega_0^2 y + k y^3 = G \cos \omega_1 t. \quad (5-12)$$

Duffingova jednađba se susreće zbog lihe funkcije  $ky^3$  kod rješavanja problema titranja opruge nejednake krutosti, zatim nelinearnog induktiviteta prigušnice, a ovoj jednađbi bi odgovarala i nelinearna kapacitivnost dana izrazima (5-1,2,3). Ako se pretpostavi rješenje (5-10) i uvrsti u diferencijalnu jednađbu (5-12). nakon potrebnih deriviranja može se primjenom metode harmoničkog izjednačenja, dobiti kubična jednađba u implicitnoj formi

$$A_1 [(\omega_0^2 - \omega_1^2) + \frac{3}{4} k \omega_0^2 A_1^2] = \frac{E_0}{L} \quad (5-13)$$

Rješenje ove jednađbe dobiva se grafički [27,28]. Uzme li se i prigušenje u obzir, što znači da postoji član u jednađbi (5-12) i sa prvom derivacijom, onda bi dobili bikubičnu jednađbu oblika

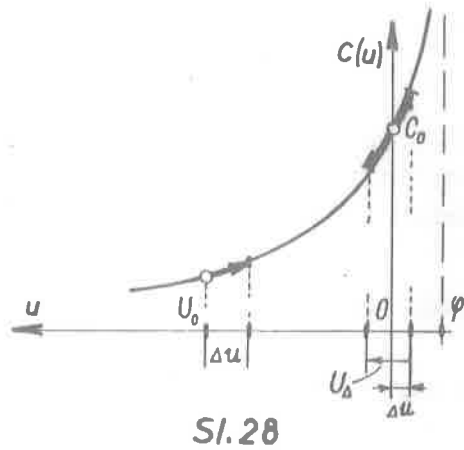
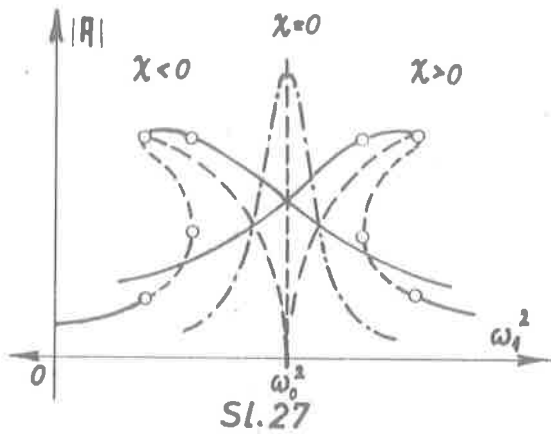
$$A_1^2 [(\omega_0^2 - \omega_1^2) + \frac{3}{4} k \omega_0^2 A_1^2]^2 + (\omega_1 \alpha A_1)^2 = \left(\frac{E_0}{L}\right)^2 \quad (5-13a)$$

Na sl.27. prikazana je krivulja ove jednađbe u eksplicitnoj formi  $A_1 = f(\omega_1^2)$  dobivena grafičkim postupkom (puna crta). Da je veličina  $\chi = \frac{3}{4} k \omega_0^2 A_1^2$  negativna, odklon maksimuma bio bi na pozitivnoj strani (crtkane sl.27.).  $\chi = 0$  pretstavlja slučaj bez nelinearnog člana u diferencijalnoj jednađbi (5-12), što odgovara rezonantnoj krivulji običnog titrajnog kruga sa linearnom kapacitivnošću. Ukoliko nelinearni član pretstavlja lihu funkciju, rješenje se može pretpostaviti izrazom (5-10), dok kod nelinearnog člana predočenog tåkom funkcijom (5-9) i (5-11) potrebno je pretpostaviti i postojanje konstantnog člana; u ovom slučaju konstantnog naboja  $A_0$

$$q = A_0 + A_1 \cos \omega_1 t \quad (5-14)$$

da bi se mogla dobiti bikubična jednađba [22]. Sada je veličina  $\chi < 0$  (nagib maksimuma na lijevoj strani). Konstantnom naboju  $A_0$  odgovara i neki konstantni napon  $\Delta u$ , što ima za posljedicu i promjenu kapaciteta  $C_0$  na neku veću vrijednost (sl.28.). Tako je kod konstantnog prednapona  $U_0$ . U slučaju dobivanja automatskog prednapona, kakav mi slučaj imamo, kapacitet  $C_0$  je velik, jer nema prednapona i odgovara difuzionom potencijalu  $\varphi$ . Porastom napona uzbude  $E_0$  pojavljuje se zbog slabe struje kroz kapacitivnu diodu prednapona na velikom otporu  $R_1$  koji je premošten velikim kapacitetom  $C_1$  (sl.26), tako da je ovaj otpor za izmjenične veličine kratko spojen. Ovdje uzimamo u obzir samo nastali na otporu  $R$  prednapon  $U_\Delta$ , dok gubitke zbog proticanja struje možemo u potpunosti zanemariti. Prema tome pojavio se je još izvor istosmjernog napona  $U_\Delta$  unutrašnjeg otpora jednakog nuli. Veličina ovog napona  $U_\Delta$  približno je proporcionalna tjemenoj vrijednosti napona  $u_t$  (zbog velikog otpora  $R$ ) na kapacitivnoj diodi, koji je opet jednak ukupnom naponu  $u_{vk}$  na ovoj. Kako tjemenoj vrijednosti napona  $u_t$  odgovara tjemena vrijednost naboja  $q_t$ , to se može





na osnovu relacije (5-6) pisati

$$U_{\Delta} = u_{uk} = u_t = \frac{q_t^2}{B_0^2} \quad (5-15)$$

Budući tjemena vrijednost naboja  $q_t$  izlazi iz rješenja (5-14) kao veličina  $R_0 + R_1$ , to se uz činjenicu da je  $R_0 \ll R_1$  može pisati

$$U_{\Delta} = \frac{R_1^2}{2q_0 C_0} = \frac{h}{C_0} R_1^2 \quad (5-16)$$

Ako sada diferencijalnoj jednačbi (5-11) dodamo uz uzbudne napone  $E_s$  i  $E_0$  još i napon  $U_{\Delta}$ , i na taj način proširimo funkciju smetnje s desne strane jednakosti, slijedi:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \alpha \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q + h\omega_0^2 q^2 = \frac{E_{0c}}{L} \cos \omega_1 t + \frac{E_{0s}}{L} \sin \omega_1 t + \frac{E_{s2}}{L} \cos \omega_2 t + \frac{E_{s3}}{L} \sin \omega_2 t + \frac{U_{\Delta}}{L} \quad (5-17)$$

U ovom slučaju je zbog nelinearnog elementa u rješenju za očekivati jedan široki spektar frekvencija

$$|n\omega_0 \pm m\omega_s| \quad \text{za} \quad n, m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5-18)$$

No budući da se titrajnim krugom izdvajaju sve frekvencije osim onih u neposrednom okolišu uzbudne frekvencije  $\omega_0$ , to se kao rješenje može pretpostaviti uz frekvenciju signala  $\omega_s$  i frekvenciju uzbuđenog oscilatora  $\omega_0$  još zbroj i razlika ovih frekvencija

$$q = R_0 + R_1 \cos \omega_1 t (1 + m \cos \omega_2 t) + R_2 \cos \omega_2 t \quad (5-19)$$

Ođredimo sada prvu i drugu derivaciju rješenja (5-19) kao i član  $q^2$

$$q' = -\omega_1 R_1 \sin \omega_1 t - \omega_1 R_1 m \cos \omega_2 t \sin \omega_1 t - \omega_2 R_1 m \sin \omega_2 t \cos \omega_1 t - \omega_2 R_2 \sin \omega_2 t$$

$$q'' = -\omega_1^2 R_1 \cos \omega_1 t - \omega_1^2 R_1 m \cos \omega_2 t \cos \omega_1 t + \omega_1 \omega_2 R_1 m \sin \omega_2 t \sin \omega_1 t - \omega_2^2 R_1 m \cos \omega_2 t \cos \omega_1 t +$$

$$\begin{aligned}
 & + \omega_1 \omega_s R_1 m \sin \omega_s t \sin \omega_1 t - \omega_s^2 R_s \cos \omega_s t \\
 Q^2 = & R_0^2 + R_1^2 \cos^2 \omega_1 t (1 + m \cos \omega_s t)^2 + R_s^2 \cos^2 \omega_s t + 2 R_0 R_1 \cos \omega_1 t (1 + m \cos \omega_s t) + \\
 & + 2 R_0 R_s \cos \omega_s t + 2 R_1 R_s \cos \omega_1 t \cos \omega_s t + 2 R_1 R_s \cos \omega_1 t .
 \end{aligned}$$

Uvrstimo li ove veličine u jednadžbu (5-17), te na principu harmoničkog izjednačenja izjednačimo međusobno koeficijente uz iste harmoničke članove, izlaze slijedeće jednadžbe:

$$h R_0^2 - h R_1^2 + \frac{h}{2} R_1^2 + \frac{h R_1^2 m^2}{2} + R_0 + \frac{h R_s^2}{2} = 0 \quad \text{konst. članovi (5-20)}$$

$$-\omega_1^2 R_1 + \omega_s^2 R_1 + \omega_s^2 h^2 R_1^3 + 2 h \omega_s^2 R_1 R_s = \frac{E_{os}}{L} \quad \text{uz } \cos \omega_1 t \quad (5-21)$$

$$-\omega_1^2 R_1 m + \omega_s^2 R_1 m - \omega_s^2 h^2 R_1^3 m + R_1^3 h \omega_s^2 m + 2 R_1 R_s h \omega_s^2 = 0 \quad \text{uz } \cos \omega_1 t \cos \omega_s t \quad (5-22)$$

$$\omega_1 R_1 m \alpha = 0 \quad \text{uz } \cos \omega_1 t \sin \omega_s t \quad (5-23)$$

Zatim

$$-\omega_s^2 R_s + \omega_s^2 R_s + R_1^2 m h \omega_s^2 + 2 R_0 R_s h \omega_s^2 = E_{sc} \quad \text{uz } \cos \omega_s t \quad (5-24)$$

te

$$-\alpha \omega_1 R_1 = \frac{E_{os}}{L} ; \quad -\alpha \omega_s E_s = \frac{E_{ss}}{L} \quad \text{uz } \sin \omega_s t \quad (5-25a,b)$$

Uzevši u obzir u jednadžbi (5-20) naznačena zanemarenja izlazi

$$R_0 = \frac{h R_1^2}{2} . \quad (5-26)$$

Iz jednadžbi (5-21) i (5-26) uz činjenicu da je  $E_{00}^2 + E_{os}^2 = E_0^2$  te izlučivanjem  $\omega_0^2$  dobivamo

$$\omega_0^2 \left[ 1 - \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 + h^2 R_1^2 + 2 h R_0 \right]^2 R_1^2 + \alpha^2 \omega_1^2 R_1^2 = \frac{E_0^2}{L^2} . \quad (5-27)$$

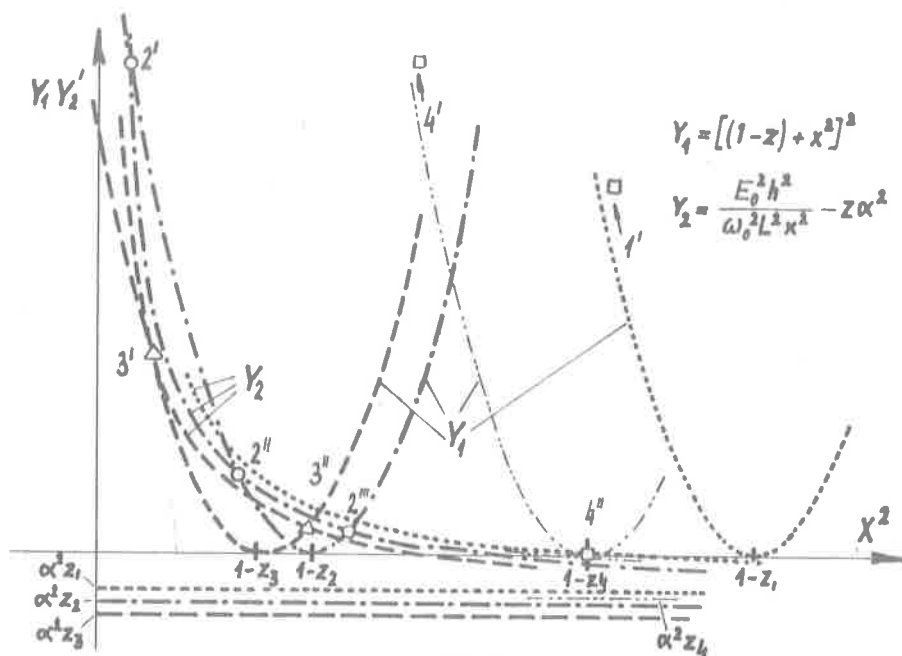
Ovo je bikubična jednadžba u implicitnoj formi, zato njezino rješenje moramo potražiti nekim grafičkim postupkom. Uvedimo oznake za  $h R_1 = x$  i  $\left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 = z$ , te ako zanemarimo veličinu  $2 h R_0$ , onda jednadžba (5-27) nakon množenja sa  $h^2$  poprima oblik

$$\left[ (1-z) + x^2 \right]^2 = \frac{E_0^2 h^2}{\omega_0^2 L^2 x^2} - z \alpha^2 . \quad (5-28)$$

Označimo li lijevu stranu jednadžbe sa  $Y_1$ , a desnu sa  $Y_2$ , to će presjecišta ovih novih funkcija odgovarati rješenju za  $x^2$ , jer su za takav  $x^2$  ispunjeni uvjeti  $Y_1 = Y_2$  prema jednadžbi (5-28).

Na sl.29 predočene su jednadžbe

$$Y_1 = \left[ (1-z) + x^2 \right]^2 ; \quad Y_2 = \frac{E_0^2 h^2}{\omega_0^2 L^2 x^2} - z \alpha^2 . \quad (5-29)(5-30)$$

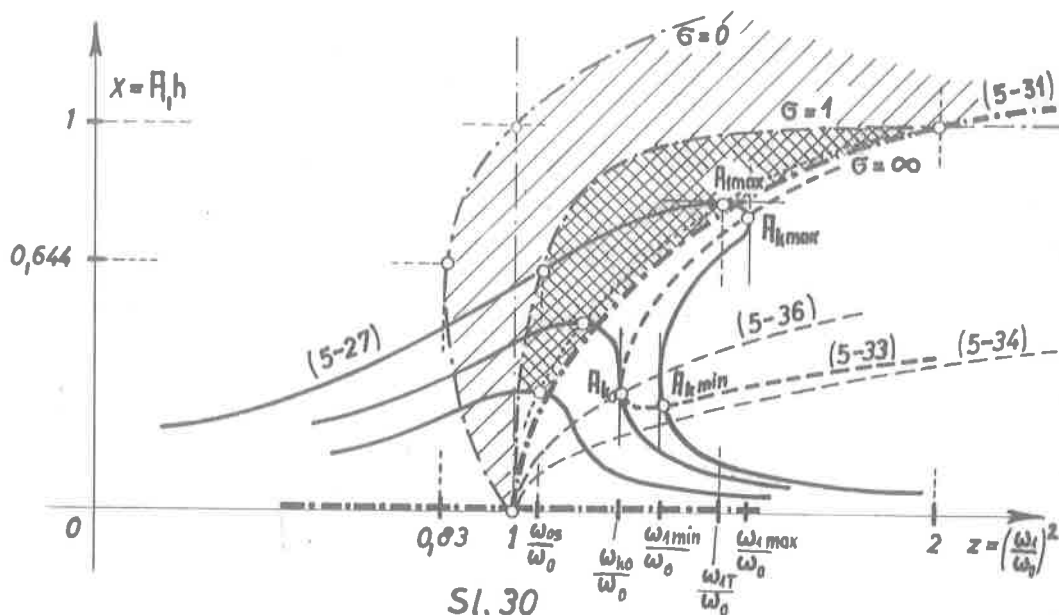


Sl.29

Krivulja  $Y_1$  predočena je parabolom, koja je pomaknuta duž apscise za vrijednost  $(1-z)$ , a krivulja  $Y_2$  pretstavlja istostranu hiperbolu pomaknuta duž ordinate za malu vrijednost  $z\alpha$ . Promjenom vrijednosti  $z$  dolazi do pomaka kako parabole ( $Y_1$ ), tako i istostrane hiperbole samo ove posljednje u manjoj mjeri zbog  $z\alpha \ll \frac{E_0^2 h^2}{\omega_0^2 L^2 x^2}$ . Na ovaj način dobivamo promjenu apscise (rješenje)  $x = Hh$  kao funkciju nezavisne varijable  $z$ , odnosno traženu funkciju  $x^2 = f(z)$  danu eksplicite. Na sl.29. nadalje vidimo, da presjecišta mogu biti u jednoj  $1'$  (tačka-tačka krivulje), dvije  $3'$ ,  $3''$  (crta-crta) i  $4'$  i  $4''$  (dvije tačke-crta) ili tri tačke  $2'$ ,  $2''$  i  $2'''$  (crta-tačka), što odgovara jednostrukom, dvostrukom ili trostrukom rješenju. Višeznačnost krivulje ovisi o veličini uzbude  $E_0$ . Grafovi funkcija dobiveni na ovaj način prikazani su za različite uzbude  $E_0$  na sl.30 i 33. Na sl.33. prikazane su i tačke presjecišta sa sl.29. Trostruko rješenje pretstavlja u fizikalnoj interpretaciji "skok", koji postoji samo uz veće vrijednosti  $E_0$ .

Iako je funkcija (5-28) dana implicitno moguće je relativno jednostavno odrediti nekoliko njezinih karakterističnih tačaka odnosno krivulja (sl.30). Tako se npr. različite vrijednosti  $E_0$  dobiva familija krivulja koje su sve smještene oko krivulje za  $E_0 = 0$  (debeli crta tačka na sl.30) izražene jednačbom

$$\left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)^2 = 1 + h^2 H_1^2 + 2h H_s \quad (\text{krivulja } H_{kmax}). \quad (5-31)$$



Sl. 30

Na ovoj krivulji se nalaze ekstremi odnosno maksimalne amplitude  $A_{kmax}$  kod kojih dolazi do "skoka" krivulje prema dolje. Uzmemo li u obzir i prigušenje  $\alpha$ , pa u jednadžbi (5-27) prebacimo član  $\frac{F_0^2}{L^2}$  sa desne na lijevu stranu, dobivamo jednadžbu predočenu implicitnom funkcijom  $f(\omega_1^2, A_1) = 0$ . Ova funkcija ima ekstreme, odnosno "skokove", za one frekvencije  $\omega_{1max}$  i  $\omega_{1min}$ , gdje je derivacija

$$\frac{d\omega_1^2}{dA_1} = - \frac{\frac{\partial f}{\partial A_1}}{\frac{\partial f}{\partial \omega_1^2}} = 0 \quad (5-32)$$

tj. tangenta na krivulju  $A_1 = f_1(\omega_1)$  ima  $\infty$  koeficijent smjera, ili obzirom na inverznu funkciju  $\omega_1^2 = f(A_1)$  ima tangentu sa koeficijentom smjera nula (vertikalne tangente na sl.30). Kako je  $\frac{\partial f}{\partial \omega_1^2} \neq 0$ , to onda izlazi da je gornji uvjet ispunjen za

$$\frac{\partial f}{\partial A_1} = \omega_0^4 \left[ 1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)^2 + h^2 A_1^2 + 2h A_1 \right] \left[ 1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)^2 + 3h^2 A_1^2 + 2h A_1 \right] + \alpha^2 \omega_1^2 = 0 \quad (5-33)$$

Ova jednadžba je predočena na sl.30. crtkanom debelom krivuljom u slučaju da je  $\alpha \neq 0$ . Ako je prigušenje zanemarivo tj.  $\alpha = 0$ , onda se krivulja predočena jednadžbom (5-33) "raspada" na dvije krivulje, od kojih je jedna dana jednadžbom (5-31), a druga jednadžbom

$$\left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)^2 = 1 + 3h^2 A_1^2 + 2h A_1 \quad . \quad (\text{krivulja } A_{kmin}). \quad (5-34)$$

Ova jednadžba predstavlja geometrijsko mjesto tačaka gdje dolazi do "skoka" prema gore. Ekstrem jednadžbe (5-33), predočen tačkom  $A_{k0}$  daje ono mjesto, gdje "skok" nije moguć, odnosno gdje troznačno rješenje

prelazi u dvoznačno. Kod koje će se frekvencije  $\omega_{ko}$  ova tačka nalaziti dobivamo, ako još jednom deriviramo jednadžbu (5-33) po  $H_1$ , kada je

$$\frac{\partial f}{\partial H_1} = \omega_0^2 \left[ 1 - \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 + \frac{3}{2} h^2 H_1^2 + 2h H_s \right] = 0, \quad (5-35)$$

a odavle je

$$\left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 = 1 + \frac{3}{2} h^2 H_{ko}^2 + 2h H_s. \quad (\text{krivulja } H_{ko}) \quad (5-36)$$

Geometrijsko mjesto tačaka maksimuma funkcije  $H_1 = f(\omega_1^2)$  dobivamo iz uvjeta

$$\frac{\partial f}{\partial \omega_1^2} = [\omega_0^2 - \omega_1^2 + \omega_0^2 h^2 H_1^2 + 2h \omega_0^2 H_s] - \alpha^2 = 0. \quad (5-37)$$

Odakle izlazi uz supstituciju  $\alpha = \frac{R}{L} = \omega_0^4 (RC)^2$  u jednadžbu (5-37)

$$\left( \frac{\omega_{1r}}{\omega_0} \right)^2 = \left[ 1 + h^2 H_1^2 - \frac{C}{L} R^2 + 2h H_s \right] \quad (\text{krivulja } H_{1max}) \quad (5-38)$$

Ova krivulja je prikazana na sl.30. tačkicama.

Koristeći se još preostalim jednadžbama (5-22, 23, 24, 25b) može se doći do vrlo značajnog obavještenja o veličini naponskog pojačanja, koje je dato odnosom

$$A_n = \omega_1^2 L \left| \frac{m H_1}{E_s} \right| \quad (5-39)$$

kao i granice nastajanja samooscilacija.

Budući da smo već upoznali funkciju  $H_1 = f(\omega_1^2)$  preobrtaje još određivanje stupnja modulacije na osnovu jednadžbe (5-22) odnosno i jednadžbe (5-23), ako želimo uključiti i gubitke u račun. Uključivanje gubitaka je važno obzirom na određivanje maksimalnog stupnja modulacije i nastajanja samooscilacija, koje su vrlo ovisne o veličini  $\alpha$  (sl.30  $\sigma = 0$  za  $\alpha = 0$ ). Iz jednadžbi (5-22) i (5-23) izlazi

$$\left[ -\omega_1^2 H_1 m + \omega_0^2 H_1 m - \omega_0^2 H_1 m + h^2 H_1^3 \omega_0^2 m + 2H_1 H_s h \omega_0^2 \right]^2 + \omega_1^2 H_1^2 m^2 \alpha^2 = 0. \quad (5-40)$$

Kako je  $\omega_s^2 \ll \omega_1^2$  mi ćemo u daljnjem razmatranju član sa  $\omega_s^2$  zanemariti.

Podijelimo li jednadžbu (5-40) sa  $H_1^2 \omega_0^4$  dobiva se

$$m^2 \left[ 1 - \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 + h^2 H_1^2 \right]^2 + 4m h H_s \left[ 1 - \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 + h^2 H_1^2 \right] + 4H_s^2 h^2 + \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 m^2 \frac{\alpha^2}{\omega_0^2} = 0.$$

Uvrštavanjem vrijednosti  $z = \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2$  i  $x = h H_1$ , te nakon sredjivanja izlazi

$$m^2 \left[ (1-z+x^2) + z \frac{\alpha^2}{\omega_0^2} \right] + 4m h H_s (1-z+x^2) + 4H_s^2 h^2 = 0. \quad (5-41)$$

Rješenje ove kvadratne jednadžbe je

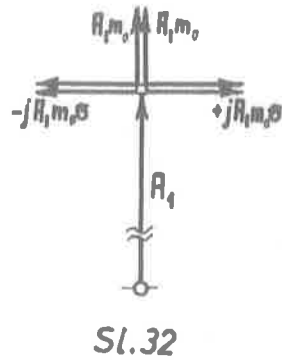
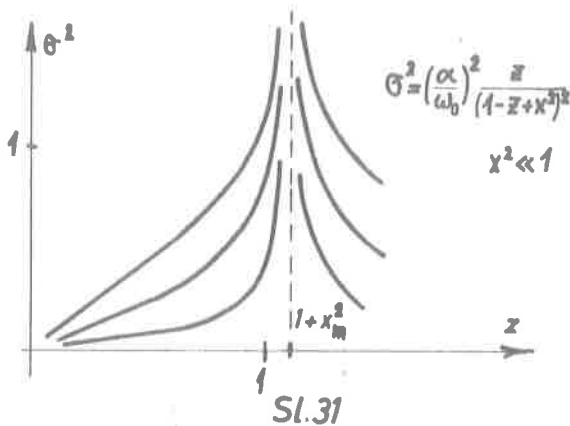
$$m_{12} = - \frac{2H_s h}{(1-z+x^2)(1+\sigma^2)} (1 \pm j\sigma) = -m_0 \mp j m_0 \sigma, \quad (5-42)$$

gdje smo veličinom  $\sigma^2$  označili

$$\sigma^2 = \frac{z}{(1-z+x^2)^2} \left( \frac{\alpha}{\omega_0} \right)^2. \quad (5-43)$$

Ovisnost veličine  $\sigma$  o  $z$  prikazana je na sl.31, uz pretpostavku da je

$x^2 \ll 1$ . Ova veličina je vrlo važan parametar u daljnjem razmatranju.



Kako izlazi na osnovu jednadžbe (5-42), postoje dva konjugirano kompleksna rješenja, gdje amplitudnoj modulaciji odgovara samo realni dio rješenja, dok imaginarni dio rješenja pretstavlja faznu modulaciju, kada je amplitudna modulacija jednaka nuli. Slika 32 prikazuje ovaj slučaj. Obzirom da je ovdje interesantna samo amplitudna modulacija imaginarni član nećemo uzimati u obzir. Da bi odredili realni dio veličine  $m$  poslužimo se jednadžbama (5-24) i (5-25b) iz kojih se uz  $E_s^2 = E_{sc}^2 + E_{ss}^2$  i uvrštenu vrijednost za realni  $m$  dobiva

$$A_s^2 = \frac{E_s^2}{L^2 \omega_0^4 \left[ 1 - \frac{2x^2}{(1-z+x^2)(1+\sigma^2)} + x^2 \right]^2 + L^2 \alpha^2 \omega_s^2} \quad (5-44)$$

Budući je u ovom slučaju  $(\omega_s \alpha)^2 \ll (\omega_1 \alpha)^2$ , to se može pisati

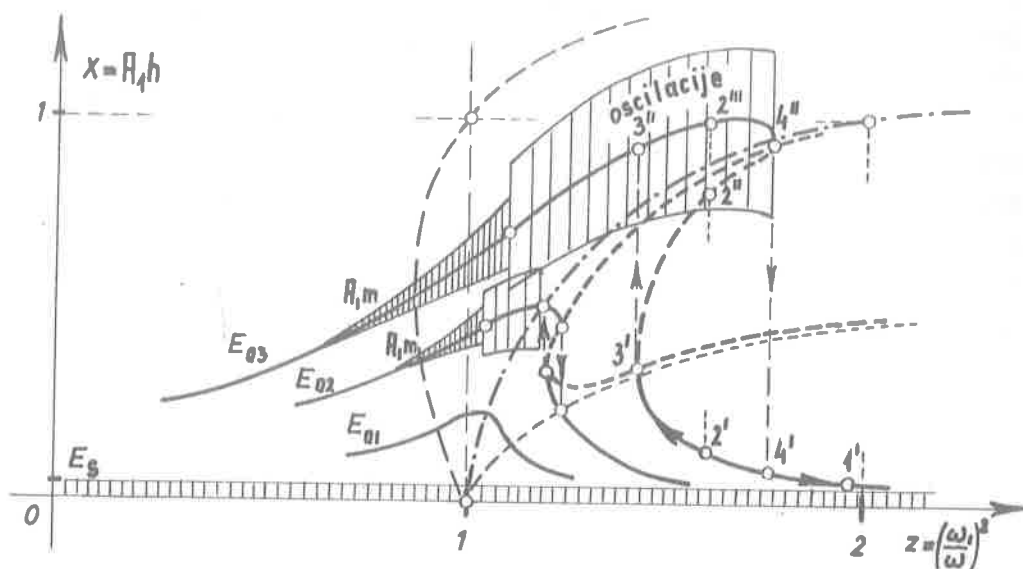
$$A_s = \frac{\pm E_s}{L \omega_0^2 \left[ 1 - \frac{2x^2}{(1-z+x^2)(1+\sigma^2)} + x^2 \right]} \quad (5-45)$$

Supstitucijom ovog izraza u relaciju za  $m$  (5-42), te uz odabiranje samo pozitivnog predznaka ispred  $E_s$ , koji vrijedi za  $z < 1+x^2$ , dobiva se, nakon sredjivanja, da je stupanj modulacije

$$m = \frac{\mp 2h E_s}{L \omega_0^2 \left[ (1-z+x^2)(1+\sigma^2) - 2x^2 + x^2(1-z+x^2)(1+\sigma^2) \right]} \quad (5-46)$$

Iz ovog izraza se vidi, da se stupanj modulacije  $m$  za mali  $\sigma^2$  i  $x^2$  mijenja približno kao funkcija  $A_1 = f(\omega_1^2)$ , pa prema izrazu (5-39) za naponsko pojačanje izlazi, da veličina  $A_1 m$  raste zapravo kvadratom recipročne vrijednosti  $1-z+x^2$  kada raste  $z$  tako, da je u području, gdje je vrijednost  $z$  vrlo bliska vrijednosti  $1+x^2$  moguće postići velika

naponska pojačanja (veliki naponi bočnih pojaseva). Veličina napona bočnih pojaseva (zbroja i razlike frekvencija) prikazana je na sl.33. gušćom šrafurom, dok je područje oscilacija na istoj slici predočeno rjedjom šrafurom.



Sl.33

Osobito je zanimljivo razmotriti slučaj kada nazivnik izraza (5-46) postaje nula, što odgovara beskonačnom stupnju modulacije (praktički nemoguće) odnosno osciliranju. Ako bi u nazivnik postavili izraz za  $\sigma$  i izjednačili ga s nulom dobili bi jednu kubnu jednadžbu obzirom na  $z$  koju ne možemo riješiti općenito. Zato ćemo u nazivniku izraza (5-46) izjednačenom s nulom, ostaviti veličinu  $\sigma$  kao parametar tako, da je nakon sredjivanja

$$1 - z(1+x^2) + x^4 + \sigma^2(1+2x^2+x^4) - z\sigma^2(1+x^2) = 0.$$

Odavle slijedi da je  $z$

$$z = \frac{1+x^4}{1+x^2} + \frac{\sigma^2}{1+\sigma^2} \frac{2x^2}{1+x^2}. \quad (5-47)$$

Ođredit ćemo krivulje za tri veličine  $\sigma^2$  i to

$$z = \frac{1+x^4}{1+x^2} \text{ za } \sigma^2=0; \quad z = 1 + \frac{x^4}{1+x^2} \text{ za } \sigma^2=1; \quad z = 1+x^2 \text{ za } \sigma^2=\infty \quad (5-48a,b,c)$$

Sve ove tri krivulje ucrtane su na sl.30. Kada je  $\sigma^2 = 0$ , što odgovara slučaju bez prigušenja, onda samooscilacije počinju za  $z$  nešto manje od 1 ( $\omega_1 < \omega_0$ ). Praktički se može očekivati, da je  $\sigma^2$  približno jednak 1 kod početka nastajanja oscilacija, jer je za  $z = 1$

$$\sigma^2 = \left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2 \frac{1}{x^4} \quad (5-49)$$

tako da je za očekivati, da će oscilacije u primjenama sa  $\alpha \neq 0$  počinjati kod  $\sigma^2 = 1$ . Ukoliko je prigušenje kruga veće, oscilacije će počinjati kasnije tj. sa  $\sigma > 1$ . Kad su jednom nastupile oscilacije,  $\sigma$  raste dalje povećavanjem  $z$ , dok ne postigne vrijednost  $\sigma = \infty$ , kada oscilacije prestaju, a to je prema izrazu (5-47) za  $z = 1 + x^2$ . Zato možemo smatrati, da je područje oscilacija otprilike između krivulje za  $\sigma = 1$  i krivulje  $\sigma = \infty$  (unakrsna šrafura sl.30). Početak oscilacija svakako ovisi o početnoj veličini  $\sigma$ . Ukoliko je uzbuda  $E_0$  tako mala, da ne može doći do "skoka", nema ni <sup>samo</sup> oscilacija, samo se kod krivulje za početni  $\sigma$  ( $\sigma = 1$ ) postiže maksimalni stupanj modulacije (obična šrafura). Područje sa rijetkom šrafurom na sl.30 vrijedi samo za vrlo mala prigušenja. Praktički ih autor nije mogao ostvariti. Sva ova izlaganja se dobro podudaraju sa rezultatima mjerenja.-



## 6.- IZVEDBA I REZULTATI MJERENJA

Na temelju teorije iznesene u ovom radu te nakon izvedbi nekoliko varijanti izradjen je prototip niskofrekventnog parametarskog pojačala (zatim serija od 108 komada). Obzirom na zaključke izabran je tip dvo-stepenog pojačala sa prvim stupnjem kao modulatorom sa zbrojem i razlikom frekvencija i drugim stupnjem kao modulatorom sa zbrojem frekvencija. Ovaj potonji je izabran radi veće stabilnosti i daleko ravnomjernije frekvencijske karakteristike, dok naponsko pojačanje od oca 50 puta je potpuno dovoljno za postizavanje zadovoljavajućeg faktora šuma. Kako je na demodulatoru potreban bar napon od 0,5 V to je za pojačanje 1  $\mu$ V odabrano maksimalno pojačanje visokofrekventnog pojačala od  $10^4$  puta (2xEF80). Zbroj frekvencija koji je na izlaznom krugu niskofrekventnog parametarskog pojačala (2,5 MHz) pojačava se dalje uskladjanim visokofrekventnim pojačalom. Ovdje je važno naglasiti da ulazni signal u visokofrekventno pojačalo kod maksimalnog pojačanja ne smije biti veći od 2 mV, da ne dodje do ograničenja amplituda ulaznog signala, a s time i smanjenja modulacije odnosno pojačanja parametarskog pojačala. Budući je nosilac parametarskog pojačala odredjen veličinom uzbude, to je on uvijek znatno veći od napona zbroja i razlike frekvencija pogotovo kod malog ulaznog signala, pa prema tome da ne dodje do limitiranja, potrebno da bude dovoljno mali (< 2 mV). Iz tih razloga proizlazi:

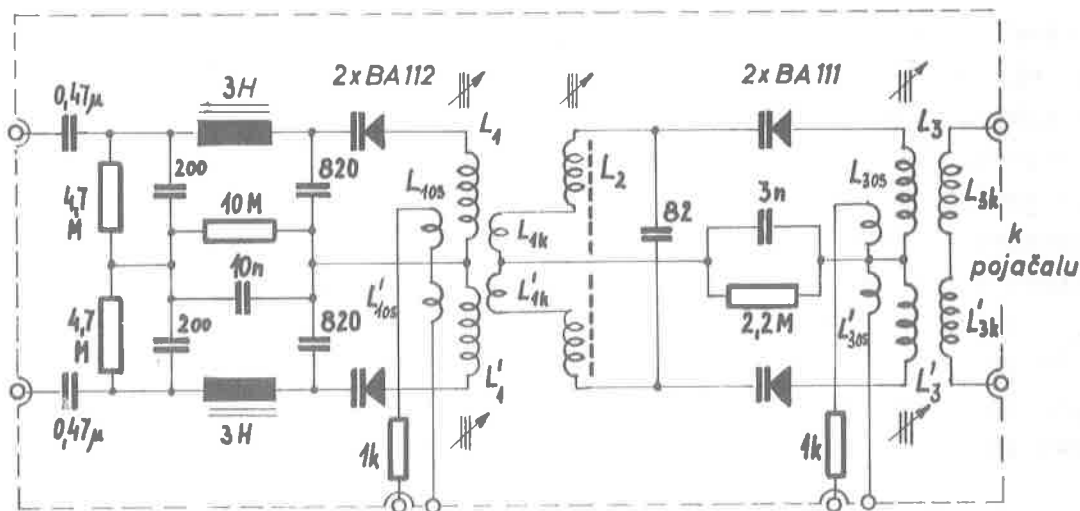
21. Zaključak. Za pojačanje malih napona nužno je izvršiti djelomično potiskivanje nosioca, kako ovaj ne bi preuzbudio slijedeći stupanj pojačala i kako bi se smanjio šum prouzrokovan uzbuđenim oscilatorom. -

Ovo posljednje navedeno je i u poglavlju o šumu. Izvjestan dio nosioca potreban je radi vjerne reprodukcije anvelope moduliranog signala. Potiskivanje nosioca je postignuto simetričnim spojem dvaju jednakih stupnjeva parametarskog pojačala. Shema sklopa je prikazana na slici 34. U ovom slučaju se dađe postići potiskivanje nosioca u omjeru nešto većem od 1:100. Da su oba dijela izvedena potpuno jednako važno je i za općenito dobro funkcioniranje sklopa.

Na ulazu u pojačalo postavljen je niski propust tipa K, ali ukoliko nisu postavljeni preveliki zahtjevi na faktor šuma bolje je koristiti R-C propust radi ravnomjernije frekvencijske karakteristike.

Za postizavanje velikog faktora rejekcije kod niskofrekventnog parametarskog pojačala postoje idealni uvjeti, jer se napajanje dađe izvesti

induktivno tj. bez galvanske veze. Kako se za napajanje prenosi visokofrekventna energija, to je lako izvesti kapacitet medju namotajima uzbuđenog oscilatora  $L_{OS}$  i  $L_1$  vrlo mali, što pak naponu smetnje frekvencije od 50 Hz pretstavlja vrlo veliku reaktanciju. Na taj način biti će mnogo manji pad napona smetnje na kapacitivnim diodama, jer najveći pad napona je na velikim impedancijama prema zemlji (okolini). Ovo proizlazi iz 20. zaključka. Pri tome su uzbuđni namotaji  $L_{OS}$  spojeni sa oklopom kako bi mogli biti priključeni na napon  $E_x$  (vidi poglavlje 4-6). Ovdje je nadalje važno, da što manji napon smetnje bude na kapacitivnim diodama, jer ovaj pomiče radnu tačku, a kako diode nisu idealno jednake, to ima za posljedicu unošenje smetnji. U krugu napajanja uzbuđenog oscilatora uključeni su otpori kako se ne bi titrajni krug previše prigušio malom unutrašnjom vodljivošću  $G'_{osc}$  uzbuđenog oscilatora (vidi poglavlje 4.3.). Radna tačka ovdje je određena automatskim prednaponom, koji se stvara padom napona na otporu od  $10M\Omega$  i otporima od  $4,7M\Omega$  zbog struje koja teče u vrlo kratkim impulsima kroz diode, a kao posljedica napona uzbuđenog oscilatora.



Sl.34

Ova struja praktički vrlo malo opterećuje titrajni krug ukoliko nije napon uzbuđenog oscilatora prevelik. Automatski prednapon ima nekoliko prednosti pred konstantnim prednaponom. Konstantni prednapon ne može biti doveden izvana, jer se <sup>ne</sup> želi galvanska veza sa "okolinom" (utjecaj smetnji). Ugrađena baterija je nezgodna, jer iziskuje povremeno mijenjanje, a može biti i izvor smetnji. Osim toga sa automatskim prednaponom mogu se ostvariti uvijek maksimalne vrijednosti faktora uzbude  $\gamma Q$ , jer ovaj nije toliko ovisan o promjeni frekvencije uzbuđenog oscilatora, budući <sup>se</sup> veličina "a"

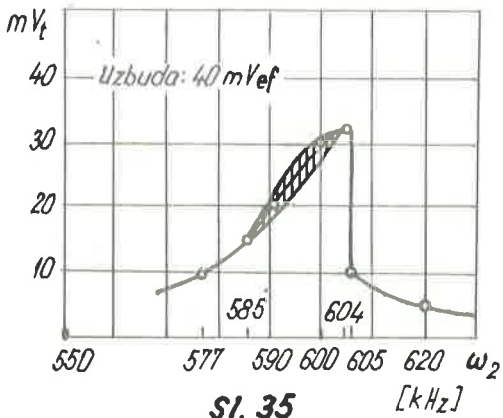
u izrazu (3-26) ne mijenja, kao što bi to bilo u slučaju sa konstantnim naponom.

Sve ove tvrdnje eksperimentalno su potvrđene na različitim izvedbama.

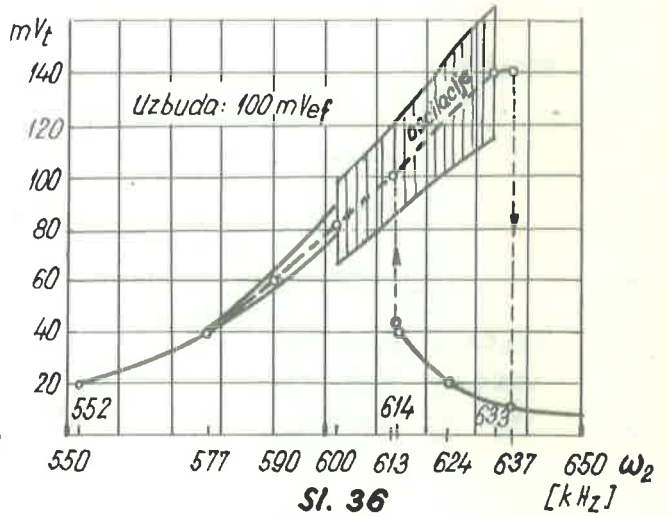
Na sl.35, 36 i 37 prikazane su frekvencijske karakteristike ulaznog stupnja izvedenog samo sa jednim titrajnim krugom dakle u asimetričnoj izvedbi. Ovdje se vidi na prvoj slici tj. sl.35 slučaj sa malom uzbudom, gdje nije moguće postići skok kao i nepostojanje modulacije  $m = 0$  na tjemenu krivulje. Takodjer je naznačeno područje pojavljivanja modulacije nosioca (šrafirano područje), što pretstavlja nakon demodulacije izlazni pojačani napon. Način prikazivanja je isti kao i na sl.33. Na sl.35 i 36 predočeni su slučajevi sve veće uzbude sa pojavom "skoka" krivulje. Ovdje možemo opaziti pojavu početka nastajanja i prekidanja samooscilacija. Zbog prigušenja, oscilacije nastaju tek za nesklad  $z > 1$ . Sve ovo pokazuje dobro podudaranje između mjerenih vrijednosti i rezultata dobivenih na temelju analize u prethodnom poglavlju. Na kraju na sl.38 predočeni su rezultati mjerenja za različite uzbudne napone kao i odgovarajuće karakteristične tačke koje su funkcije veličine uzbudnog napona. Tako se vidi, kako se frekvencija "skoka" krivulje prema dolje  $\omega_{1max}$  sve više razmiče od frekvencije "skoka" prema gore  $\omega_{1min}$  povećanjem napona uzbudnog oscilatora. Isto vrijedi i za njima odgovarajuće napone  $U_{kmax}$  i  $U_{kmin}$  koji odgovaraju nabojima sa  $A_{kmax}$  i  $A_{kmin}$  označenim u 5.poglavlju sl.30. Osim toga naznačene su amplitude  $U'_{osc}$  i frekvencije  $\omega'_{osc}$ , početka oscilacija, kao i frekvencije prestanka oscilacija  $\omega''_{osc}$ . Vidi se da povećanom uzbudom  $E_0$  i oscilacije nastaju kod većih napona  $U'_{osc}$ , dok frekvencija početka oscilacija  $\omega'_{osc}$  jedva primjetno raste povećanom uzbudom. Prekid oscilacija je kod slabijih uzbuda kod nešto niže frekvencije  $\omega''_{osc}$ , nego skok prema dolje ( $\omega_{1max}$ ). Iz svega ovoga vidi se vrlo dobro podudaranje mjernih rezultata sa rezultatima dobivenim na osnovu teoretskog razmatranja u 5.poglavlju.

Mjerenja su vršena prema shemi na sl.39 gdje se vidi, koji je dio sklopa sa sheme na sl.34 ispitivan. To je ujedno i najjednostavniji sklop niskofrekventnog parametarskog pojačala. Na ulazu se nalazi NF propust, koji nije neophodan. Takodjer su date sve vrijednosti upotrebljenih elemenata kao i materijal, broj zavoja i induktivnost upotrebljene zavojnice.

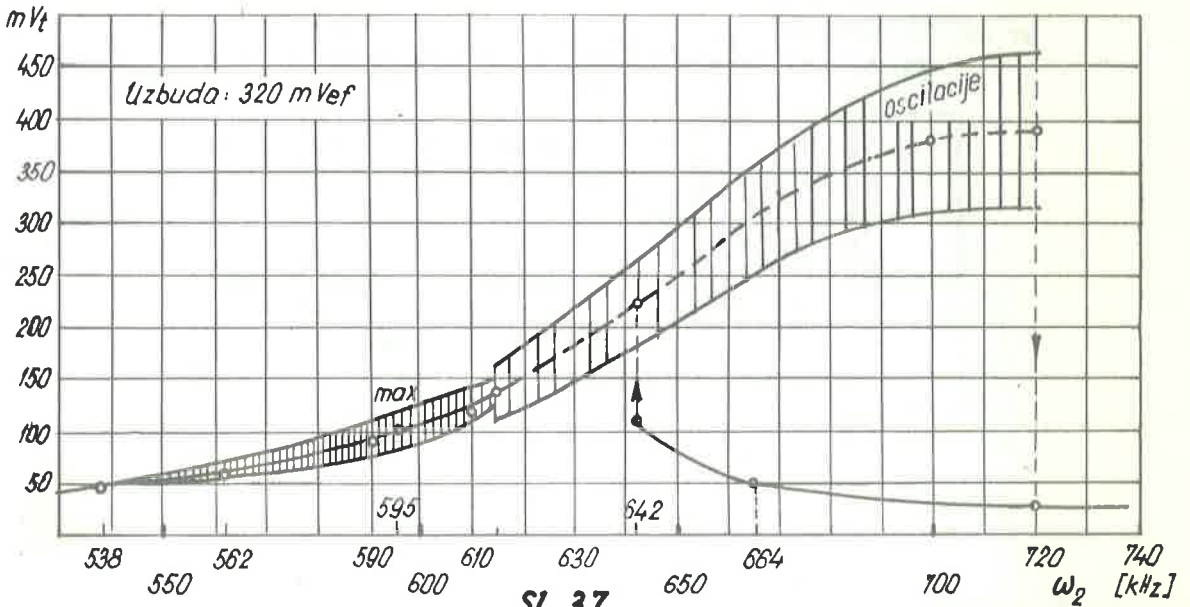
Na sl.40 predočena je simetrična (balansirana) izvedba sheme sa sl.39 u kojem slučaju dolazi do potiskivanja nosioca. Na ovoj shemi su takodjer date veličine upotrebljenih elemenata i njihove oznake, a osim toga je i prikazan način mjerenja. Ovaj je slučaj daleko povoljniji od predjašnjeg.



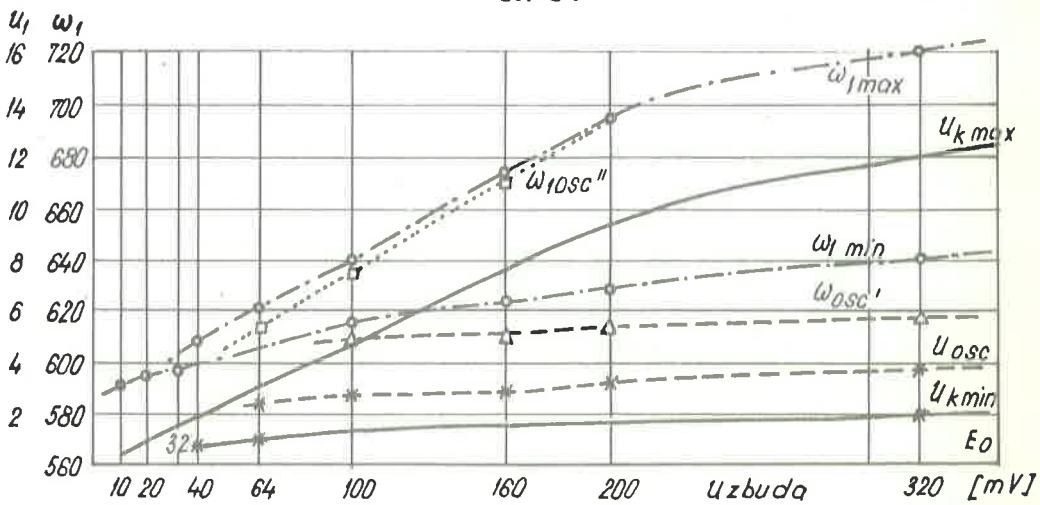
SI. 35



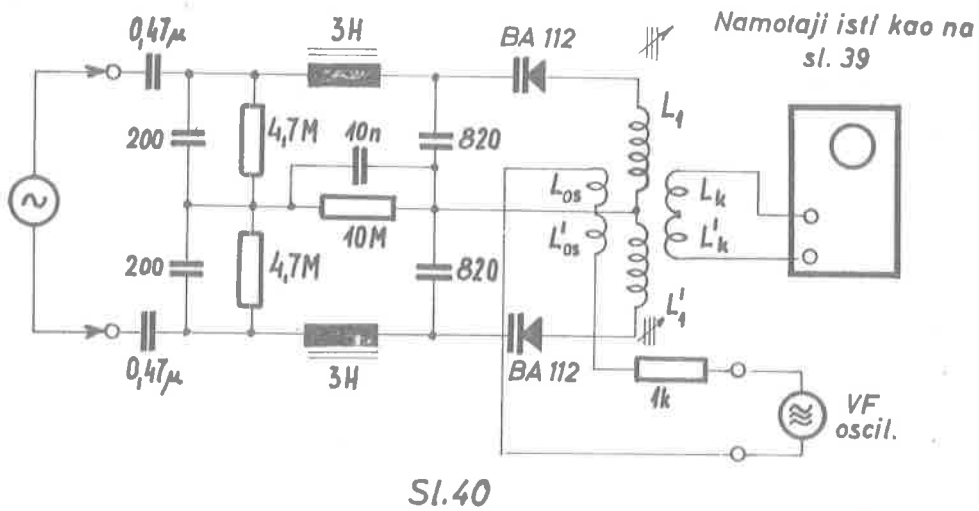
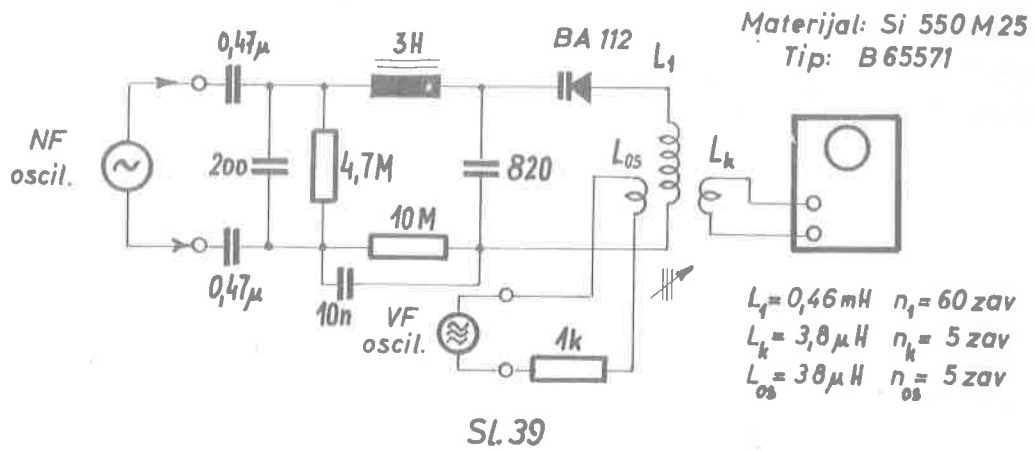
SI. 36



SI. 37

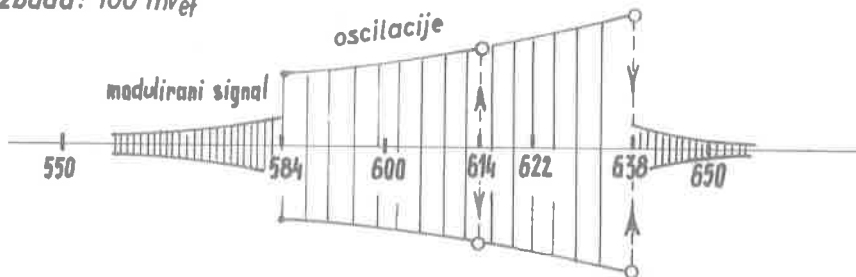


SI. 38



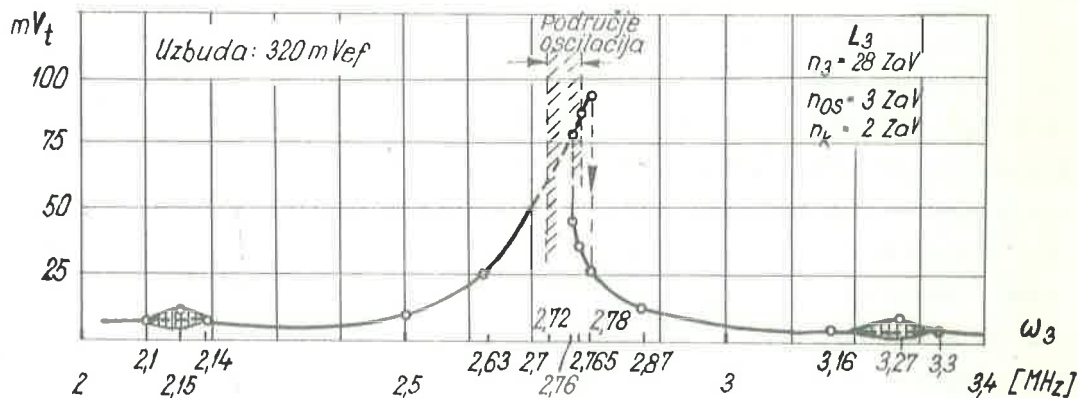
O orijentaciji smjera namotaja  $L_k$  i  $L'_k$  ovisi hoće li se nosilac potisnuti ili će biti dvostruko veći.

Uzbuda: 100 mV<sub>ef</sub>

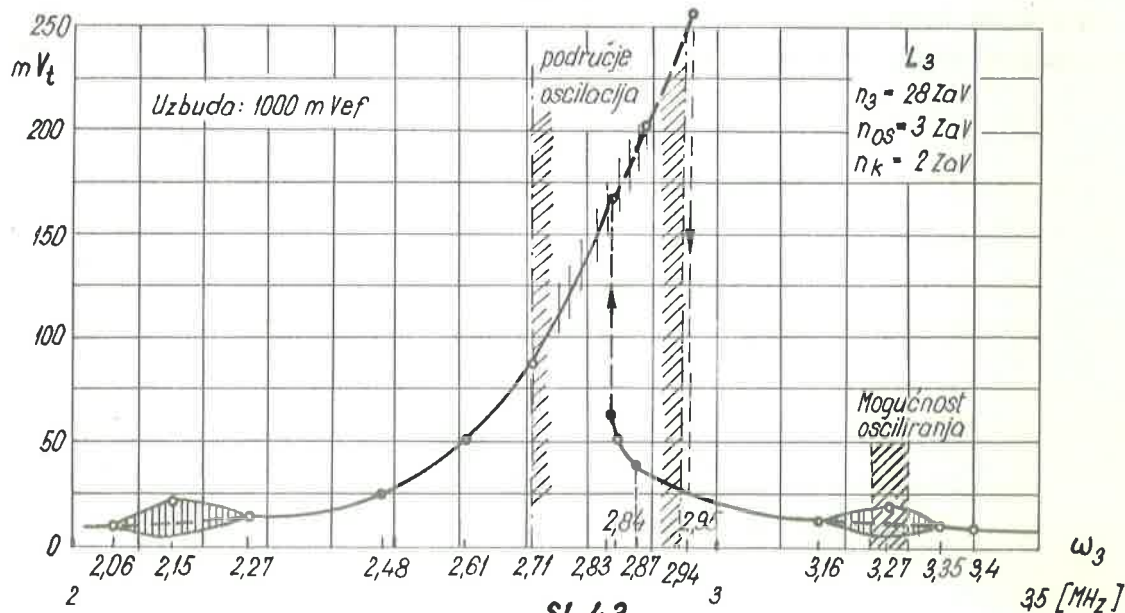


Sl. 41

Na sl.41 je prikazan slučaj potisnutog nosioca. Vidi se da je ovdje ostao samo koristan dio signala i u tom smislu se ništa ne mijenja prema slučajevima na sl.35, 36 i 37. Može se samo napomenuti da zbog nejednakosti kapacitivnih dioda nije moguće postići potpuno potiskivanje nosioca



Sl. 42

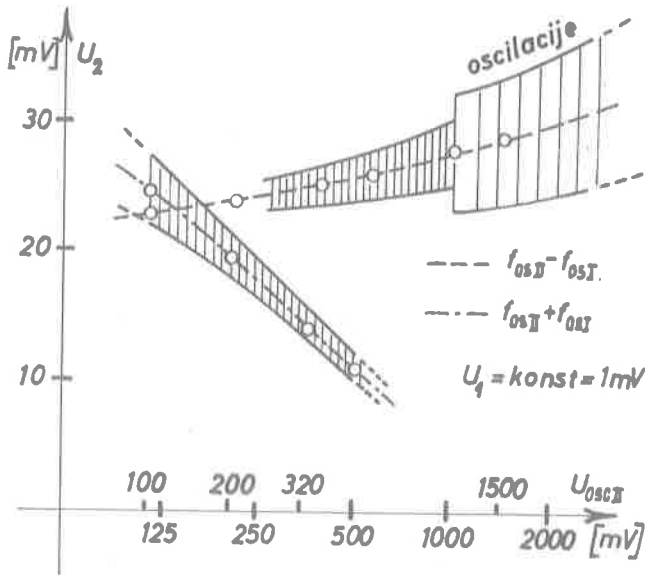


Sl. 43

u cijelom frekvencijskom pojasu. No ovo i nije toliko bitno budući se frekvencija uzbuđenog oscilatora ne mijenja, pa je za jednu frekvenciju moguće ostvariti vrlo dobro potiskivanje.

Posebno je interesantan slučaj kada se uključi i drugi stupanj prema shemi na sl.34. Mjerenje izlaznog napona vrši na posljednjem namotaju  $L_3$ . Prethodno je drugi titrajni krug  $L_2$  ugodjen na frekvenciju prvog uzbuđnog oscilatora. Ako se sada vrši promjena frekvencije drugog oscilatora dobit će se frekvencijska karakteristika predočena slikama 42. i 43. za dva različita uzbuđna napona. Ovdje je priključen i niskofrekventni oscilator kao i uzbuđni I oscilator. Veličine napona dane su na sl.42. i 43.

I u ovom slučaju postoji "skok" kod dovoljne uzbude kao i u prethodnom. Maksimalni modulirani signal II.stupnja je kod uskladjenog II i III titrajnog kruga. Kako izlazni krug podešen na približno 2,5 MHz, a prvi uzbuđni oscilator daje frekvenciju od cca 600 kHz, to da razlika frekvencija padne na rezonantnu frekvenciju izlaznog titrajnog kruga (2,5 MHz), mora biti frekvencija drugog oscilatora  $2,5 + 0,6 = 3,1$  MHz. Kada je frekvencija II uzbuđnog oscilatora  $f_{osc.II} = 1,9$  MHz onda je na izlaznom titrajnom krugu zbroj frekvencija I i II uzbuđnog oscilatora  $f_{II} + f_I = 1,9 + 0,6 = 2,5$  MHz. Ovdje se može vidjeti da vrijedi sve prije rečeno o svojstvima parametarskog pojačala tipa modulator sa zbrojem ili razlikom frekvencija. Tako proizlazi, da se povećanjem uzbude mogu izazvati samooscilacije kod slučaja razlike frekvencija zato, jer dolazi do

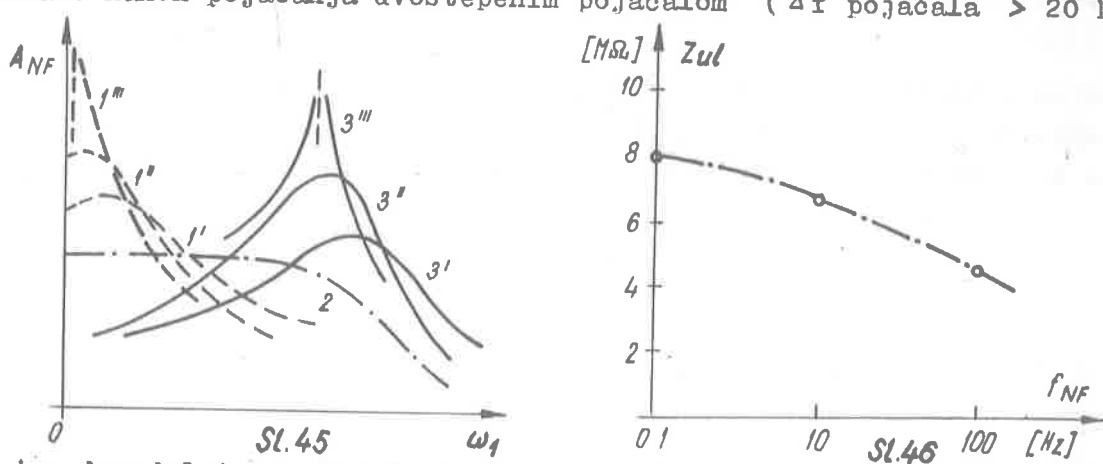


Sl.44

pozitivne povratne veze odnosno negativne vodljivosti u drugom titrajnom krugu  $L_2$ , odnosno prvom titrajnom krugu ( $L_1$ ). Oscilacije ne mogu nastupiti

kod zbroja frekvencija, gdje su prvi i drugi titrajni krug prigušeni (negativna povratna veza, pozitivna vodljivost). Osim kod preuzbudjenog I stupnja i nesklada. Na sl.44. prikazano je kako povećanjem uzbude pada stupanj modulacije kod sume frekvencija, dok kod razlike frekvencija dolazi do prvo malog porasta, a zatim samooscilacija.

Budući je kod zbroja frekvencija prigušenje veće, a i na osnovu rešenog u 4.2. poglavlju izlazi: da je gornja granična frekvencija odnosno pojas širi u ovom slučaju nego kod razlike frekvencija. Kod razlike frekvencija pojas je uži, a može doći povećanom uzbuđom i do samooscilacija. Ovo odgovara 1. i 2. slučaju u 4.1. poglavlju. Na sl.45 prikazane su kvalitativno frekvencijske karakteristike u niskofrekventnom području, promatrane nakon pojačanja dvostepenim pojačalom ( $\Delta f$  pojačala  $> 20$  kHz)



i iza demodulatora. Drugi stupanj parametarskog pojačala je izveden kao modulator sa zbrojem frekvencija. Oblik frekvencijske karakteristike ovisi uglavnom o prvom stupnju parametarskog pojačala, odnosno tačnije o veličini uzbude I oscilatora i o neskladu  $z$ . Krivulje označene brojem 3 (puna crta) odgovaraju samo jednom titrajnom krugu u prvom stupnju (asimetrični slučaj) ili dva titrajna kruga bez međusobnog nesklada (simetričan slučaj), što odgovara iznesenom u poglavlju 4.1. Općenito se mogu većim ili manjim neskladom medju titrajnim krugovima postići krivulje označene crtkano i brojevima 1', 1'' i 1''' , odnosno krivulja (2), kao optimum izmedju ovih krivulja i krivulja označenih brojem 3.

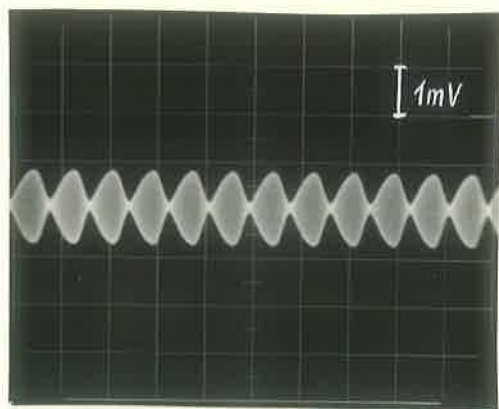
Što se šuma tiče, može se reći, da je ovaj manji od  $0,5 \mu V$  kod širine pojasa 1000 Hz, uz otpor izvora  $20 k\Omega$  i upotrebljen RC filter na ulazu u pojačalo. Kod pojačala sa elektronskim cijevima, šum je veći od  $3 \mu V$ , sa otporom izvora  $1 k\Omega$  i širinom pojasa samo 50 Hz. Vidimo da je šum niskofrekventnog parametarskog pojačala vrlo nizak.



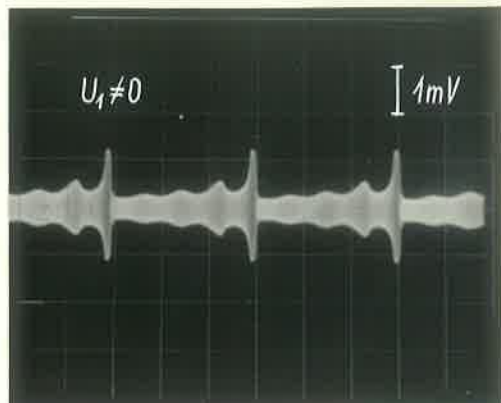
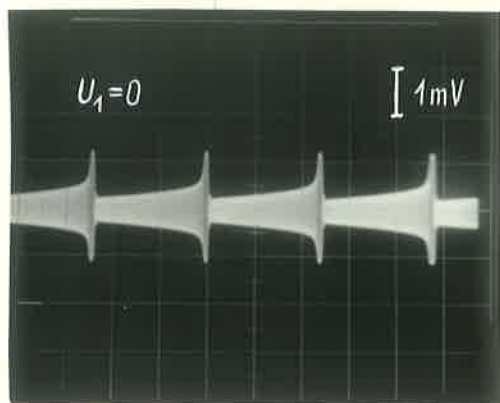
Na sl.46 prikazana je promjena ulazne impedancije pojačala kao funkcija frekvencije. Budući je za primjenu ovog pojačala najinteresantnije područje od 0 do 100 Hz, to se baš u ovom području ostvaruju dosta velike ulazne impedancije. Do smanjenja ove dolazi zbog ulaznog kapaciteta  $>200\text{pF}$  no koji bi se mogao izvesti i manjim. Kod niskih frekvencija ulazna impedancija je vrlo velika (otpor  $>10\text{ M}\Omega$ ), što se postiže zahvaljujući silicijevim diodama i njihovim vrlo malim strujama u nepropusnom smjeru (za razliku kod upotrebe C-B ili E-B kapacitivnosti tranzistora).

Sl.47 (foto) prikazuje izlazni signal prvog stupnja parametarskog pojačala u momentu prije nastajanja samooscilacija, gdje se lijepo mogu uočiti nastala izobličenja moduliranog signala prije samoosciliranja. Samooscilacije niskofrekventnog parametarskog pojačala prikazane su pak slikom 48. (foto).

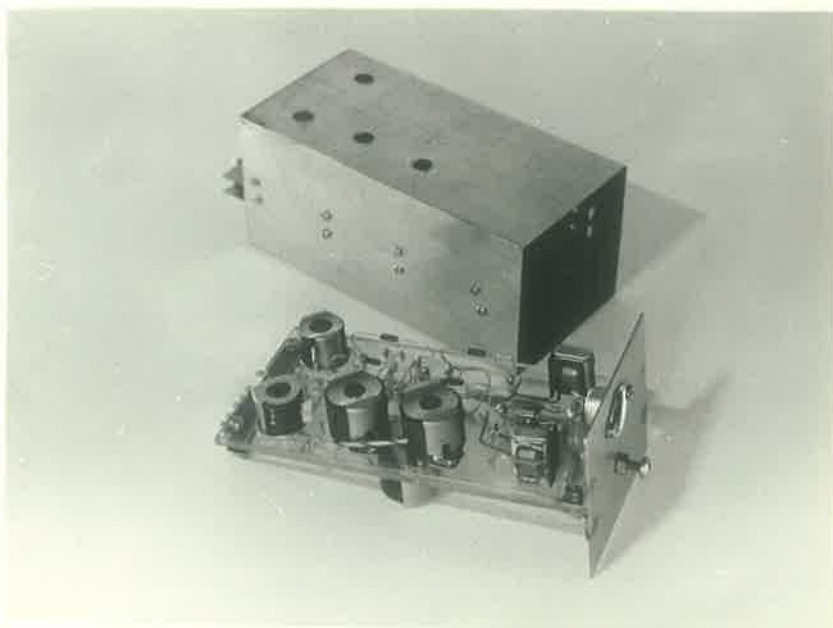
Konačna izvedba prototipa niskofrekventnog parametarskog pojačala, prema shemi na sl.34, predočena je sl.49.(foto). Ovdje se vidi mogućnost minijaturizacije. Svakako da se ovakovo pojačalo može izvesti još znatno manjih dimenzija, no to u konkretnom slučaju nije bio zahtjev.-



Sl.47. Izboličenja izlaznog signala neposredno prije nastajanja samooscilacija (bez demodulacije).



Sl.48. Samooscilacije niskofrekventnog parametarskog pojačala (bez demodulacija).



Sl.49. Izvedba dvostepenog niskofrekventnog parametarskog pojačala (sl.34.).

## 7.- Z A K L J U Č A K

Ovdje je dat kratak rezime dvadeset i jednog zaključka u ovom radu.

Niskofrekventno parametarsko pojačalo pretstavlja, za razliku od ovakovih pojačala u području visokih frekvencija, pojačalo vrlo širokog relativnog frekvencijskog pojasa, gdje frekvencija ulaznog signala može biti povoljni bliska nuli. Ovo ima za posljedicu nemogućnost međusobnog razlučivanja zbroja i razlike frekvencija, jer su ove smještene vrlo blizu frekvenciji nosioca, tako da je broj kombinacija koje postoje u području visokih frekvencija sveden sada na svega jedan slučaj: modulator sa zbrojem i razlikom frekvencija. Ovaj je redovito ulazni, odnosno, prvi stupanj pojačala.

Budući su naponi zbroja i razlike frekvencija međusobno invertirani, to postoji mogućnost pojačanja (kod amplitudne demodulacije) samo uz izvjestan nesklad ( $z_1 = \pm 1$ ). Ukoliko je načinjen nesklad u smislu viših frekvencija ( $z_1 > 0$ ), postoji mogućnost proširenja frekvencijskog pojasa uz veću valovitost i nastajanje samooscilacija kod određene uzbuđe ( $\alpha > 0$ ), za razliku od nesklada učinjenog u smislu nižih frekvencija ( $z_1 < 0$ ), kada ne postoji mogućnost samooscilacija, frekvencijska karakteristika pretstavlja glatku funkciju, ali je pojas užji.

Nadalje je pokazano, da kaskadiranje više stupnjeva sa svrhom povećanja pojačanja, kao što se to čini kod klasičnih pojačala nema smisla, jer se u ovom slučaju praktički maksimalno pojačanje može ostvariti sa svega još jednim stupnjem pojačanja (modulator sa zbrojem ili razlikom frekvencija) tako, da cijeli sistem ima svega dva stupnja.

Pri tome je važno, da je omjer izlazne frekvencije prema ulaznoj što veći. Drugi stupanj omogućava nešto veće pojačanje i bolje prilagodjenje vanjskog potrošača. Optimalni izbor izlazne frekvencije prvog (približno jednak frekvenciji uzbuđenog oscilatora) i drugog stupnja može se odrediti grafički, a ovisi o vodljivosti prvog titrajnog kruga u rezonanciji i veličini vodljivosti vanjskog potrošača. Pri tome je mjerodavan faktor dobrote parametarskog pojačala

$$\alpha = \frac{1}{4} \frac{\omega_2 \omega_3}{G_1 G_{pV}} .$$

Maksimalna pojačanja su vezana širinom pojasa tj. što veće pojačanje - pojas je uži.

Faktor šuma ovakovog pojačala je vrlo nizak ( $< 1$  dB), a može se postići i velik faktor rejekcije H zahvaljujući nepostojanju galvanske veze između izvora za napajanje i pojačala.-

L I T E R A T U R A

Öasopisi:

- 1) J.M. Manley, H.E. Rowe : Some General Properties of Nonlinear Elements. Part I. General Energy Relations. Proc. of IRE, July 1956.
- 2) H.E. Rowe: Some General Properties of Nonlinear Elements. Part II. Small Signal Theory. Proc. of IRE, May 1958.
- 3) J.R. Biard: Low-Frequency Reactance Amplifier. Proc. of the IEE, Febr.1963.
- 4) R. Maurer, K.H. Löcherer: Theorie nichtreziproker Schaltungen mit gleicher Eingang- und Ausgangsfrequenz unter Verwendung nichtlinearer Halbleiterelemente. AEU, Februar 1961.
- 5) G.W. Penney, J.R.Horsch, E.A.Sack: Dielectric Amplifiers. Transactions of AIEE, March 1953.
- 6) G.W. Penney, E.A.Sack, E.R.Wingrove: Frequency Response of a Resonant Dielectric Amplifier. Trans. of AIEE, May 1954.
- 7) E.A. Sack, G.W. Penney : Voltage Gain of a Resonant Dielectric Amplifier. Trans. of AIEE, Sept. 1955.
- 8) W.Dahlke, R.Maurer und J.Schubert: Theorie des Dioden-Reaktanzverstärkers mit Parallelkreisen. AEU, August 1959.
- 9) B.J. Robinson : Theory of variable-capacitance parametric amplifiers. Proc. IEE, Nov.1961.
- 10) R.S. Engelbrecht: Parametric Energy Conversion by Nonlinear Admittances. Proc. of IRE, March 1962.
- 11) K.H. Steiner: Untersuchung des Rauschverhaltens parametrischer Schaltungen mit nichtlinearen Wirkwiderständen. AEU, Bd.16, Nov.1962.
- 12) F.J.Hyde: Analysis of parametric amplifiers incorporating varactor diodes. Electronics Quarterly, Sept.1963
- 13) P.P. Howson: Gain and directional properties of three- and four-frequency parametric devices. Electronics-Record, Octob. 1964.
- 14) V. Radeka, R.L. Chase: A Parametric Radiation Detector Pre-amplifier (u štampi).

Knjige:

15. - A.B. Gillespie: Signal, Noise and Resolution in Nuclear Counter Amplifiers. Pergamon Press London 1953.
16. - A.van der Ziel: Fluctuation phenomena, New York 1952.
17. - L.D. Smullin, A.Hans: Noise in Electron Devices, 1959.
18. - Pfeifer: Elektronisches Rauschen, Leipzig 1959.
19. - Zinke, Brunwig: Lehrbuch der Hochfrequenztechnik. Springer Verlag 1965.
20. - L.A. Blackwell, K.L. Kotzebue: Semiconductor-diode parametric amplifiers. Prentice-Hall Inc. 1961.
21. - Etkin, Geršenzon: Parametričeskie sistemy SVČ na poluprovodnikovyh diodah. "Sovetskoe radio". Moskva 1964.g.
22. - V.K. Labutin: Kolebateljnij kontur perestraivaemyj nelinejnoj jomkostju. Moskva 1964.g.
23. - H.W. Bode: Network Analysis and Feedback Amplifier Design. Nostrand Co. 1955.
24. - M.M. Ajzinov: Analiz i sintez linejnyh radiotehničeskih cepej v perehodnom režime. "Energija" 1964.
25. - Seshu, Balabonian: Linear Network Analysis. John Wiley & Sons, 1959.
26. - J. Stewart: Circuit Theory and Design. John Wiley & Sons, 1956.
27. - E. Philipow: Nichtlineare Elektrotechnik, Leipzig 1963.
28. - W.J. Cunningham: Introduction to nonlinear Analysis. Mc.Graw-Hill 1958.
29. - Reed: Mathematical Methods in Electrical Engineering, 1951.
30. - N.W. McLachlan: Theory and Application of Mathieu Functions. Oxford 1951.
31. - D. Blanuša: Viša matematika I. , Tehnička knjiga 1963.
32. - Ž. Marković: Uvod u višu analizu, Zagreb 1947.
33. - Dj. Švarc: Električni titrajni krugovi, Tehnička knjiga 1959.
34. - Fedotow, Schmarzew: Tranzistoren. VT 1963.
35. - A.A. Rizkin: Osnovy teoriji i rasčjota elektronnyh usilitelej. "Energija", Moskva 1965.
36. - Meinke, Gundlach: Taschenbuch der Hochfrequenztechnik. Springer.
37. - O. Perron: Die Lehre von den Kettenbrüchen. Bd.I. B.G.Teubner, Suttgart.

## REZIME

Parametarska pojačala su našla široku primjenu u posljednjih nekoliko godina u području visokih frekvencija ( $> 100$  MHz), pa za parametarska pojačala u tom području postoji i prilično bogata literatura. Ova pojačala karakterizira vrlo mali faktor šuma. I u području niskih frekvencija ( $< 10$  kHz), gdje dominira šum od flicker efekta ( $1/f$  šum) uz šum rešetkine struje, bila bi interesantna primjena ovih pojačala kod mjerenja vrlo malih napona, što je predmet razmatranja ovog rada. Parametarska pojačala u ovom području nisu dosada nalazila primjene, te se može spomenuti svega par radova, koji su razmatrali samo neke specifične primjene [3,14].

Osnovne razlike između niskofrekventnih i visokofrekventnih parametarskih pojačala razmotrene su u 2.2 poglavlju, gdje je pokazano, da se kod niskofrekventnih parametarskih pojačala, ne može ostvariti razdvajanje zbroja i razlike frekvencija (gornji i donji bočni pojas), pa da tako na izlazu postoje naponi dviju frekvencija, za razliku od visokofrekventnih pojačala, kod kojih postoji napon samo jedne frekvencije, koji se može izdvojiti filterom. Tome je razlog, što je niskofrekventno parametarsko pojačalo širokopojasno sa frekvencijom od nule do nekoliko kiloherca, dok su visokofrekventna parametarska pojačala sva uskopojasna. Prisutnost oba bočna pojasa, kojih su naponi invertirani, ima za posljedicu, da se kod niskofrekventnog parametarskog pojačala može ostvariti pojačanje samo uz određeni nesklad.

Budući je velika razlika u naponima ulaznog signala i uzbuđenog oscilatora (pumpe), može se ovakovo pojačalo koje predstavlja jedan nelinearni sistem, prikazati linearnim sistemom

sa vremenski ovisnim elementima krugova, kada vrijedi zakon superpozicije. Ovakova "linearizacija" nelinearnog sistema omogućava primjenu teorije četveropola.

Služeći se ovom teorijom određene su za  $n$ -stupnjeve: opće strujne jednačbe, izrazi za ulaznu i izlaznu admitanciju, kao i opća jednačba pojačanja snage, što nije dosada izvodjeno. Na osnovu ove posljednje jednačbe, pokazano je, da nema smisla kaskadirati više od dva stupnja, jer se u pogledu pojačanja ništa ne postiže. Obzirom na ovaj zaključak, izvedena je opća jednačba normiranog pojačanja snage za dva stupnja, koja omogućava detaljnu analizu jednostepenog i dvostepenog pojačala sa vrstom i slabom spregom. Drugi stupanj je izveden kao modulator sa zbrojem ili razlikom frekvencija. Za ove slučajeve određeni su: optimalni nesklad za maksimalno pojačanje snage, frekventnijska karakteristika, gornja granična frekvencija, stabilitet, faktor rejekcije i faktor šuma. Pokazane su mogućnosti postizanja maksimalnog pojačanja tj. koji faktori to odlučuju, kao i izbor optimalne frekvencije uzbudnih oscilatora.

Primjena teorije četveropola omogućava rješavanje najopćenitijih slučajeva sa svim najvažnijim karakteristikama niskofrekventnog parametarskog pojačala, ali samo uz ograničene nesklade. Da bi se dobila što bolja fizikalna slika, kao i da bi se mogao čitav problem sagledati sa jednog sasvim drugog aspekta, pogodno je poći od analize nelinearne diferencijalne jednačbe drugog reda, kojom se može prikazati najjednostavnije niskofrekventno parametarsko pojačalo. Sama diferencijalna jednačba odgovara proširenoj Duffingovoj diferencijalnoj jednačbi, a i rješenje je zbog prisustva dvaju izvora pretpostavljeno u proširenom obliku tj. moduliranim signalom. Metodom harmoničkog izjednačenja je omogućeno dobiti amplitudno-frekvencijsku karakteristiku. Ova može biti višeznačna (što predstavlja "skok") i



dozvoljava promatranje povolji velikih nesklada. Osim toga može se odrediti stupanj modulacije, koji približno odgovara pojačanju, te mnoge karakteristične veličine na krivulji, a među njima i frekvenciju nastajanja samooscilacija.

Ovom analizom postignute rezultate može se lako kontrolirati usporedbom sa amplitudno-frekvencijskom karakteristikom dobivenom eksperimentalnim putem. Isto tako postoji mogućnost usporedbe sa rezultatima prikazanim u prvom dijelu rada.

U posljednjem poglavlju pokazani su rezultati mjerenja i neka zapažanja obzirom na realizaciju niskofrekventnog parametarskog pojačala. Dat je također prikaz jedne praktične izvedbe, koja se primjenjuje kao pretpojačalo elektroencefalografskog kanala.

## RÉSUMÉ

Die parametrischen Verstärker haben im Hochfrequenzgebiet ( $> 100$  MHz) grosse Anwendung in den letzten Jahren gefunden, so dass auch eine ziemlich reiche Fachliteratur über parametrische Verstärker vorhanden ist. Diese Verstärker zeichnen sich durch eine sehr niedrige Rauschzahl aus. Auch im Niederfrequenzgebiet ( $< 10$  kHz), wo das Rauschen vom Funkelrauschen ( $1/f$ -Rauschen) nebst dem Gitterstromrauschen herrscht, wäre die Anwendung dieser Verstärker bei Messungen sehr niedriger Spannungen vom Interesse, - was übrigens auch der Betrachtungsgegenstand dieser Arbeit ist. Die parametrischen Verstärker haben auf diesem Gebiet bisher keine Anwendung gefunden, so dass im ganzen und grossen nur etliche Arbeiten, welche bloss einige spezifische Anwendungen betrachten, aufgezählt werden können. [3, 14].

Der Grundunterschied zwischen den nieder- und hochfrequenten parametrischen Verstärkern ist im Abschnitt 2.2. behandelt und es wurde erwiesen, dass bei den nieder- und hochfrequenten parametrischen Verstärkern das Trennen der Summe und der Frequenzdifferenz (der obere und der untere Seitenband) nicht erreichbar ist, so dass am Ausgang Spannungen zweier Frequenzen herrschen, zum Unterschied vom hochfrequenten Verstärkern, bei welchen die Spannung nur einer Frequenz herrscht, welche mit Hilfe eines Filters abgesondert werden kann. Die Ursache liegt darin, dass der niederfrequente parametrische Verstärker breitbändig, mit einer Frequenz von Null bis zu einige Kilohertz ist, während alle hochfrequenten parametrischen Verstärker schmalbändig sind. Die Anwesenheit beider Seitenbänder mit invertierten Spannungen hat zu Folge, dass die

Verstärkung beim niederfrequenten Verstärker nur mit einer bestimmten Verstimmung erreichbar ist.

Indem eine grosse Spannungsdifferenz des Eingangssignals und des Mischoszillators (Pumpquelle) entsteht, kann ein solcher Verstärker, der ein nichtlineares Netzwerk als lineares Netzwerk mit zeitabhängigen Kreiselementen ("zeitvariables Netzwerk") bei welchem das Überlagerungsgesetz gültig ist, dargestellt werden kann. Diese "Linearisierung" des nichtlinearen Netzwerks gestattet die Anwendung der Vierpoltheorie.

Bei Anwendung dieser Theorie sind für die n-Stufen: die allgemeinen Stromgleichungen, der Ausdruck für die Ein- und Ausgangsadmittanzen, als auch die allgemeine Leistungsverstärkungsgleichung, was bisher nicht ausgeführt wurde, bestimmt. Auf Grund dieser letzterwähnten Gleichung, hat es sich erwiesen, dass es sinnlos wäre mehr als zwei Stufen zu kaskadieren, weil im Hinblick auf die Verstärkung nichts erreicht würde. Unter Berücksichtigung dieses Beschlusses wurde die allgemeine Gleichung der normierten Leistungsverstärkung für zwei Stufen ausgeführt, welche Gleichung eine ausführliche Analyse des ein- und zweistufigen Verstärkers, lose- und festgekoppelt, bietet. Die zweite Stufe ist als Modulator in Gleichlage oder in Kehrlage ausgeführt. Für solche Fälle ist: die optimale Verstimmung für die maximale Leistungsverstärkung, die Frequenzcharakteristik, die obere Grenzfrequenz, die Stabilität, der Gleichtaktunterdrückungsfaktor (Rejection ratio) und die Rauschzahl festgestellt. Es sind die Möglichkeiten zur Erreichung der Maximalverstärkung, bzw. der hierfür zu entscheidenden Faktoren, als auch die Wahl der Optimalfrequenz der Mischoszillatoren dargestellt.

Die Anwendung der Vierpoltheorie auf ein solches zeitvariables Netzwerk gestattet die Lösung der allgemeinsten Fälle mit allen bedeutendsten Charakteristiken des niederfrequenten Verstärkers, jedoch nur bei begrenzten Verstimmungen. Um eine desto bessere physikalische Vorstellung erhalten zu können und das ganze Problem von einem grundverschiedenen Gesichtspunkt aus betrachten zu können, ist es günstig von der Analyse einer nichtlinearen Differentialgleichung zweiter Ordnung aus zu gehen, mit Hilfe welcher Gleichung der einfachste niederfrequente parametrische Verstärker dargestellt werden kann. Diese Differentialgleichung entspricht der erweiterten Duffing-Differentialgleichung und somit, zufolge des Vorhandenseins zweier Quellen, ist auch die Lösung in einer erweiterten Form bzw. eines modulierten Signals vorausgesetzt.

Bei Anwendung des harmonischen Ausgleichsprinzipes ist es ermöglicht die Amplitudenfrequenzcharakteristik zu ermitteln, Diese kann mehrdeutig (Sprungerscheinungen) sein und gestattet die Beobachtung der beliebig grossen Verstimmungen. Ausserdem kann auch der Modulationsgrad, ungefähr der Verstärkung entsprechend, als auch viele charakteristische Kurvengrössen, darunter auch die Frequenz des Schwingungseinsatzes bestimmt werden.

Auf Grund dieser Analyse können die ermittelten Ergebnisse im Vergleich zu der - am experimentalem Wege erreichten Amplitudenfrequenzcharakteristik - leicht kontrolliert werden. Ebenso besteht die Vergleichungsmöglichkeit zu den Ergebnissen, dargestellt im ersten Teil dieser Arbeit.

Im letzten Abschnitt sind die Messergebnisse und einige Wahrnehmungen unter Berücksichtigung der Verwirklichung des niederfrequenten parametrischen Verstärkers dargestellt. Es ist auch die Darstellung einer praktischen Ausführung, welche als Vorverstärker des elektroenzephalographischen Kanals verwendet wird, angegeben.

Biografija autora

Rodjen je 12.XI.1928 u Novom Sadu. Osnovnu školu i gimnaziju pohađao je u Karlovcu. Na Tehnički fakultet, Elektrotehnički odsjek upisao se je 1947.god., gdje je diplomirao 13.V.1953.god. Po završetku vojnog roka, zaposlio se je u Institutu za elektroprivredu u Laboratoriju za elektroniku, gdje i danas radi. Bavio se razvojem i konstrukcijom različitih uređaja kao npr. mali VF uređaj za potrebe distributivnih mreža, tranzistorizirani izvor visokog napona (16 kV) minijaturne izvedbe, a ponajviše mjernih: mjerilo tjemenih vrijednosti napona, mjerač vremena, teraohmetar ( $10^{15} \Omega$ ), mjerni uređaj za mjerenje parametara elektronskih cijevi itd. Od 1960.god. najviše se bavi problemima pojačanja, mjerenja i registracije napona različitih bioloških aktivnosti. Konstruktor je elektronskog dijela elektroencefalografa, zatim osciloskopa sa dvije zrake i mogućnošću registracije na magnetskoj traci. Na Elektrotehničkom fakultetu bio je izabran za honorarnog aistenta god.1956. na predmetu "Mjerenja u slaboj struji", koju je dužnost obavljao sve do god. 1963., kada je izabran za hon.docenta, a za izborni predmet "Mjerni uređaji". Autor je većeg broja stručnih i naučnih članaka, koje je objavio u različitim časopisima kao i koautor skripta Šare-Šantić: "Mjerenja u slaboj struji" za potrebe Elektrotehničkog fakulteta. Držao je tri puta referate na Jugoslavenskim konferencijama za ETAN i član je Izvršnog odbora jugoslavenskog komiteta za ETAN. Osim toga posjeduje i patentni spis br.24981 (medjunarodna klasa A61 h) pod nazivom "Diferencijalno pojačalo sa asimetričnom povratnom spregom". Od 1959.god. do danas je šef Laboratorija za elektroniku pomenutog Instituta.